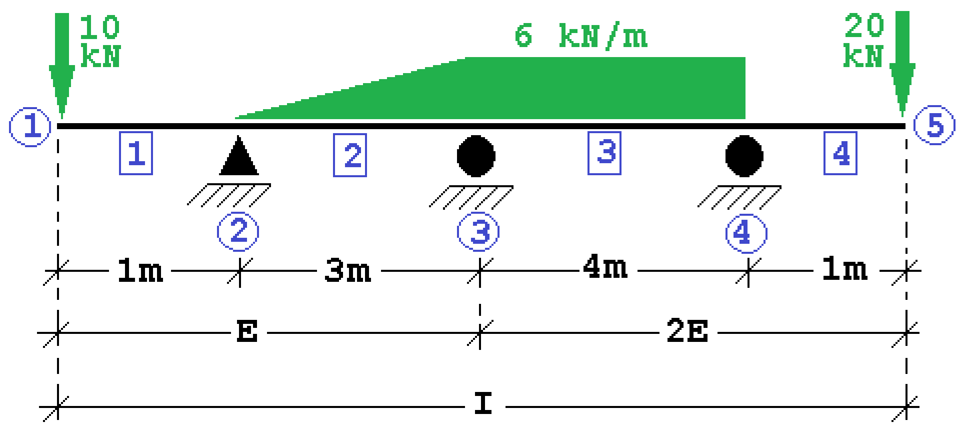
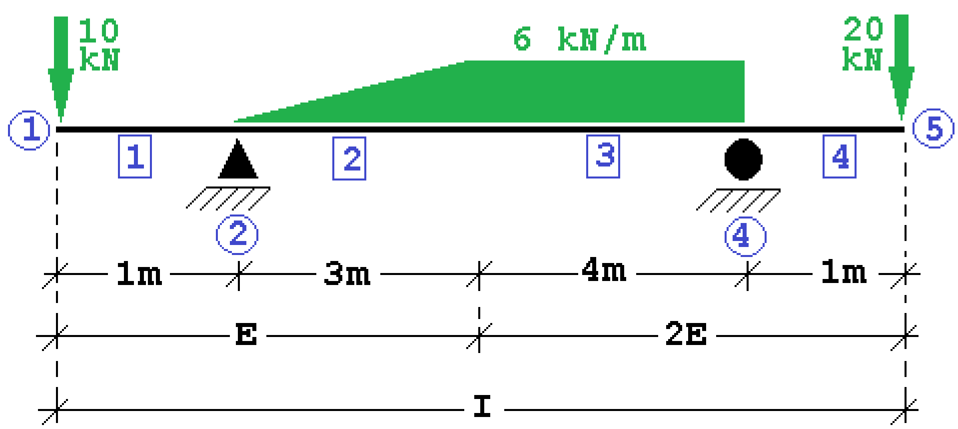
Usando el Método de las Flexibilidades, encontrar R1, R2, R3 y los correspondientes diagramas y ecuaciones de momento flector y fuerza cortante de la estructura hiperestática siguiente:



I. Estructura flexibilizada al punto de volverla isostática:



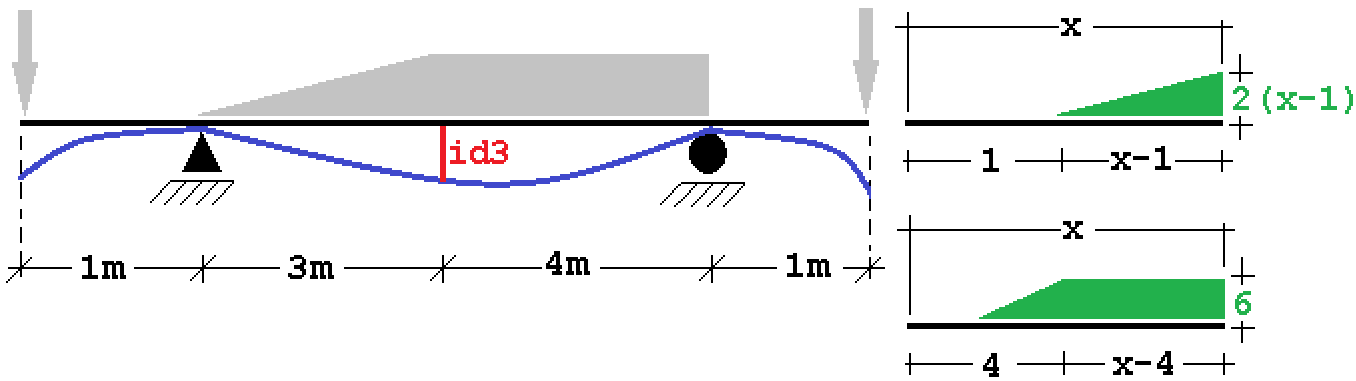
Reacciones de la viga flexibilizada (sumatoria de fuerzas y momentos):

#1: $$\left[iR2 + iR4 = 10 + \frac{6\cdot 3}{2} + 6\cdot 4 + 20,\ iR4\cdot 7 + 10\cdot 1 - \frac{6\cdot 3}{2}\cdot 2 - (6\cdot 4)\cdot 5 - 20\cdot 8 = 0 \right]$$

#2: $$\left[iR2 = \frac{153}{7} \wedge iR4 = \frac{288}{7},\ iR2 = 21.85714285 \wedge iR4 = 41.14285714 \right]$$

Cálculo de la deformación en la viga flexibilizada utilizando el

Método de la Carga Unitaria Ficticia:



Momentos flectores de la viga flexibilizada con la carga total:

#3:

$$iM1(x) := -10\cdot x$$

$$iM2(x) := -10\cdot x + iR2\cdot(x-1) - \frac{2\cdot(x-1)\cdot(x-1)}{2}\cdot\frac{x-1}{3}$$

$$iM3(x) := -10\cdot x + iR2\cdot(x-1) - \frac{6\cdot 3}{2}\cdot(x-3) - 6\cdot(x-4)\cdot\frac{x}{2}$$

$$iM4(x) := -10\cdot x + iR2\cdot(x-1) - \frac{6\cdot 3}{2}\cdot(x-3) - (6\cdot 4)\cdot(x-6) + iR4$$

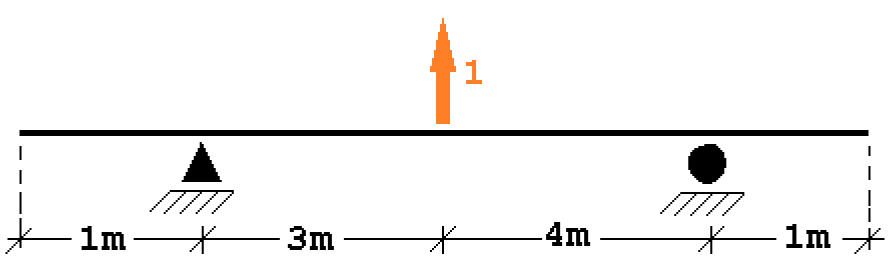
$$\left.\begin{array}{l} \dfrac{4}{} \\[2em] \cdot(x-8) \end{array}\right]$$

#4:

$$\begin{bmatrix} iM1(x) := -10\cdot x \\ iM2(x) := -\dfrac{7\cdot x^3 - 21\cdot x^2 - 228\cdot x + 452}{21} \\ iM3(x) := -\dfrac{21\cdot x^2 - 188\cdot x + 300}{7} \\ iM4(x) := 20\cdot(x-9) \end{bmatrix} = \left[\; - \right.$$

$$\left.\begin{array}{c} -10\cdot x \\ 0.3333333333\cdot x^3 + x^2 + 10.85714285\cdot x - 21.52380952 \\ -3\cdot x^2 + 26.85714285\cdot x - 42.85714285 \\ 20\cdot x - 180 \end{array}\right]$$

Carga unitaria ficticia de la viga flexibilizada:



Reacciones de la viga flexibilizada cargada con la carga unitaria ficticia:

#5: $\left[iRf2 = -\dfrac{4}{7},\ iRf4 = -\dfrac{3}{7}\right]$

Momentos flectores de la viga flexibilizada cargada con la carga unitaria ficticia:

#6: $\left[\begin{matrix} imf1(x) := 0 & imf2(x) := \left(-\dfrac{4}{7}\right)\cdot(x - 1) \\ imf3(x) := \left(-\dfrac{4}{7}\right)\cdot(x - 1) + 1\cdot(x - 4) & imf4(x) := \left(-\dfrac{4}{7}\right)\cdot(x - 1) + 1\cdot(x - 4) - \dfrac{3}{7}\cdot(x - 8) \end{matrix}\right]$

#7: $\left[\begin{matrix} imf1(x) := 0 & imf2(x) := \dfrac{4\cdot(1 - x)}{7} \\ imf3(x) := \dfrac{3\cdot(x - 8)}{7} & imf4(x) := 0 \end{matrix}\right]$

#8: $\left[\begin{matrix} imf1(x) := 0 & imf2(x) := 0.5714285714 - 0.5714285714\cdot x \\ imf3(x) := 0.4285714285\cdot x - 3.428571428 & imf4(x) := 0 \end{matrix}\right]$

Deformación id3:

#9: $id3 := \dfrac{1}{E\cdot I}\cdot\left(\int_0^1 iM1(x)\cdot imf1(x)\ dx + \int_1^4 iM2(x)\cdot imf2(x)\ dx\right) + \dfrac{1}{2\cdot E\cdot I}\cdot\left(\int_4^8 iM3(x)\cdot imf3(x)\ dx + \dfrac{1}{2}\cdot\int_8^9 iM4(x)\cdot imf4(x)\ dx\right)$

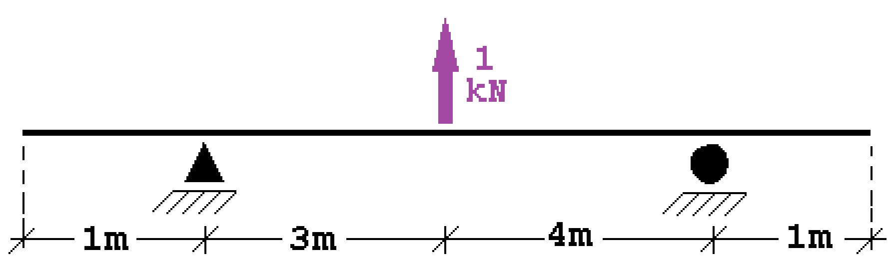
$$\#10: \quad id3 := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\int_0^1 (-10 \cdot x) \cdot 0 \, dx + \int_1^4 \left(- \frac{7 \cdot x^3 - 21 \cdot x^2 - 228 \cdot x + 452}{21} \right) \cdot \frac{4 \cdot (1 - x)}{7} \, dx + \frac{1}{2} \cdot \int_4^8 \left(- \frac{21 \cdot x^2 - 188 \cdot x + 300}{7} \right) \cdot \frac{3 \cdot (x - 8)}{7} \, dx + \frac{1}{2} \cdot \int_8^9 (20 \cdot (x - 9)) \cdot 0 \, dx \right)$$

$$\#11: \quad \left[id3 := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(0 + - \frac{6372}{245} + - \frac{1040}{49} + 0 \right) \right] = \left[\frac{1}{E \cdot I} \cdot (0 + -26.00816326 + -21.22448979 + 0) \right]$$

$$\#12: \quad \left[id3 := - \frac{11572}{245 \cdot E \cdot I} \right] = \left[- \frac{47.23265306}{E \cdot I} \right]$$

El valor negativo anterior es correcto puesto que la deflexión real sería hacia abajo.

II. Viga cargada con una carga básica de 1 kN en el apoyo flexibilizado:



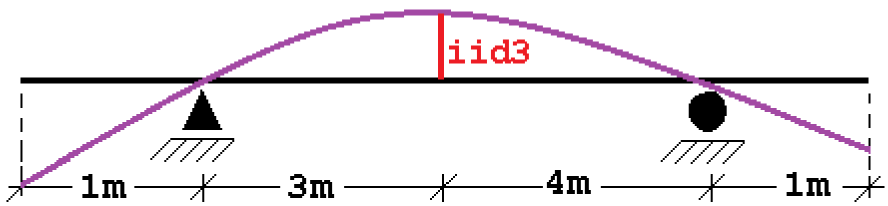
Reaccines de la viga con la carga básica en el apoyo flexibilizado son iguales a las reacciones de la viga cargada con la carga unitaria ficticia:

#13: $\left[iiRf2 = -\dfrac{4}{7},\ iiRf4 = -\dfrac{3}{7}\right]$

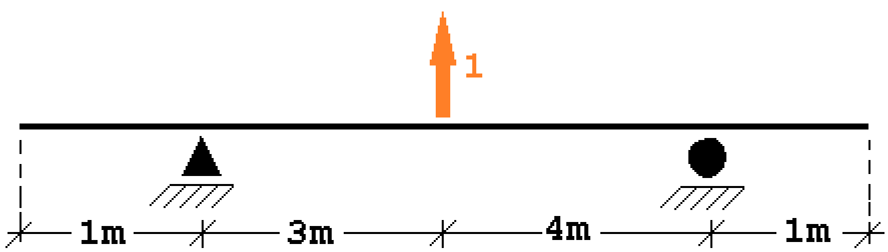
Los momentos flectores son los mismos que la viga cargada con carga unitaria ficticia:

#14: $[iiM1(x) := imf1(x),\ iiM2(x) := imf2(x),\ iiM3(x) := imf3(x),\ iiM4(x) := imf4(x)]$

Deformación de la viga con carga básica en el apoyo flexibilizado:



Se aplica el Método de la Carga Unitaria ficticia a la viga con carga básica:



Los momentos flectores son los mismos del análisis anterior:

#15: $[iimf1(x) := imf1(x),\ iimf2(x) := imf2(x),\ iimf3(x) := imf3(x),\ iimf4(x) := imf4(x)]$

Deformación iid3:

#16: $$iid3 := \frac{1}{E\cdot I}\cdot\left(\int_0^1 iiM1(x)\cdot iimf1(x)\ dx + \int_1^4 iiM2(x)\cdot iimf2(x)\ dx + \frac{1}{2}\cdot\int_4^8 iiM3(x)\cdot iimf3(x)\ dx + \frac{1}{2}\cdot\int_8^9 iiM4(x)\cdot iimf4(x)\ dx\right)$$

$$\#17: \quad iid3 := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(\int_0^1 0 \cdot 0 \, dx + \int_1^4 \frac{4 \cdot (1 - x)}{7} \cdot \frac{4 \cdot (1 - x)}{7} \, dx + \frac{1}{2} \cdot \int_4^8 \frac{3 \cdot (x - 8)}{7} \cdot \frac{3 \cdot (x - 8)}{7} \, dx + \frac{1}{2} \cdot \int_8^9 0 \cdot 0 \, dx \right)$$

$$\#18: \quad \left[iid3 := \frac{1}{E \cdot I} \cdot \left(0 + \frac{144}{49} + \frac{1}{2} \cdot \frac{192}{49} + 0 \right) \right] = \left[\frac{1}{E \cdot I} \cdot (0 + 2.93877551 + 1.959183673 + 0) \right]$$

$$\#19: \quad \left[iid3 := \frac{240}{49 \cdot E \cdot I} \right] = \left[iid3 := \frac{4.897959183}{E \cdot I} \right]$$

Aplicando el Método de las Flexibilidades:

$$\#20: \quad id3 + iid3 \cdot R3 = 0$$

$$\#21: \quad - \frac{11572}{245 \cdot E \cdot I} + \frac{240}{49 \cdot E \cdot I} \cdot R3 = 0$$

$$\#22: \quad \left[R3 = \frac{2893}{300}, \ R3 = 9.643333333 \right]$$

Una vez resuelta la incognita en este apoyo, las demás incognitas se resuelven utilizando las ecuaciones de la estática:

$$\#23: \quad R2 + R3 + R4 = 10 + \frac{6 \cdot 3}{2} + 6 \cdot 4 + 20$$

$$\#24: \quad R2 + \frac{2893}{300} + R4 = 10 + \frac{6 \cdot 3}{2} + 6 \cdot 4 + 20$$

$$\#25: \quad R3 \cdot 3 + R4 \cdot 7 + 10 \cdot 1 - \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot 2 - (6 \cdot 4) \cdot 5 - 20 \cdot 8 = 0$$

#26: $$\frac{2893}{300}\cdot 3 + R4\cdot 7 + 10\cdot 1 - \frac{6\cdot 3}{2}\cdot 2 - (6\cdot 4)\cdot 5 - 20\cdot 8 = 0$$

#27: $$\left[R2 = \frac{1226}{75} \wedge R4 = \frac{3701}{100},\ R2 = 16.34666666 \wedge R4 = 37.01\right]$$

Diagramas de Fuerza Cortante (las ecuaciones son válidas unicamente en el respectivo elemento):

#28: $$\left[\begin{array}{cc} V1(x) := -10 & V2(x) := -10 + R2 - \dfrac{2\cdot(x - 1)\cdot(x - 1)}{2} \\ V3(x) := -10 + R2 - \dfrac{6\cdot 3}{2} + R3 - 6\cdot(x - 4) & V4(x) := -10 + R2 - \dfrac{6\cdot 3}{2} + R3 - 6\cdot 4 + R4 \end{array}\right]$$

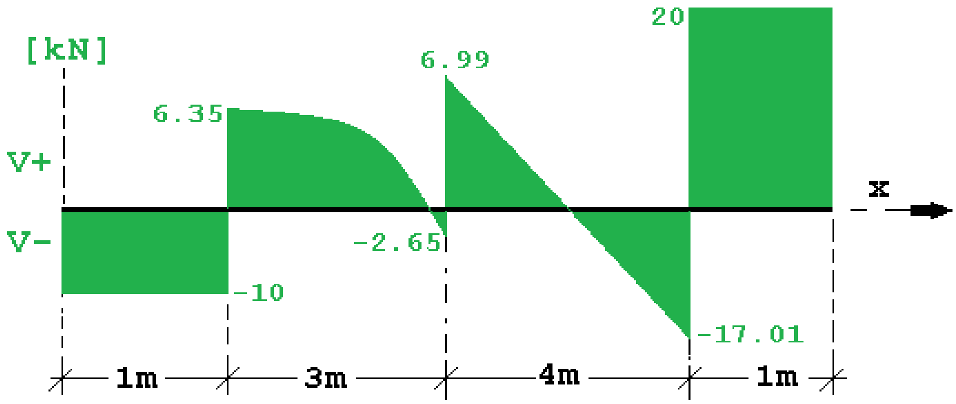
#29: $$\left[\begin{array}{cc} V1(x) := -10 & V2(x) := -10 + \dfrac{1226}{75} - \dfrac{2\cdot(x - 1)\cdot(x - 1)}{2} \\ V3(x) := -10 + \dfrac{1226}{75} - \dfrac{6\cdot 3}{2} + \dfrac{2893}{300} - 6\cdot(x - 4) & V4(x) := -10 + \dfrac{1226}{75} - \dfrac{6\cdot 3}{2} + \dfrac{2893}{300} - 6\cdot 4 + \dfrac{3701}{100} \end{array}\right]$$

#30: $$\left[\begin{array}{cc} V1(x) := -10 & V2(x) := -\dfrac{75\cdot x^2 - 150\cdot x - 401}{75} \\ V3(x) := \dfrac{3\cdot(1033 - 200\cdot x)}{100} & V4(x) := 20 \end{array}\right]$$

Puntos para el diagrama de fueza cortantes:

#31:

$$\begin{bmatrix} V1(0) & V1(1) \\ V2(1) & V2(4) \\ V3(4) & V3(8) \\ V4(8) & V4(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -10 & -10 \\ 6.346666666 & -2.653333333 \\ 6.99 & -17.01 \\ 20 & 20 \end{bmatrix}$$



Diagramas de Momento Flector (las ecuaciones son válidas unicamente en el respectivo elemento):

#32:

MF3(x)

MF4(x) := -

$$MF1(x) := - 10 \cdot x$$

$$MF2(x) := - 10 \cdot x + R2 \cdot (x - 1) - \frac{2 \cdot (x - 1) \cdot (x - 1)}{2} \cdot \frac{x - 1}{3}$$

$$:= - 10 \cdot x + R2 \cdot (x - 1) - \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot (x - 3) + R3 \cdot (x - 4) - 6 \cdot (x - 4) \cdot \frac{x -}{2}$$

$$10 \cdot x + R2 \cdot (x - 1) - \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot (x - 3) + R3 \cdot (x - 4) - 6 \cdot 4 \cdot (x - 6) + R4 \cdot ($$

$$\left.\begin{matrix} \\ \dfrac{4}{} \\ \\ x - 8) \end{matrix}\right]$$

#33: $\left[\phantom{\begin{matrix}\\ \\ \\ \\ \end{matrix}}\right.$

$$MF1(x) := - 10 \cdot x \sim$$

$$\sim$$

$$MF2(x) := - 10 \cdot x + \frac{1226}{75} \cdot (x - 1) - \frac{2 \cdot (x - 1) \cdot (x -\sim}{2} \sim$$

$$\sim$$

$$MF3(x) := - 10 \cdot x + \frac{1226}{75} \cdot (x - 1) - \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot (x - 3) + \frac{2893}{300} \cdot (x \sim$$

$$\sim$$

$$MF4(x) := - 10 \cdot x + \frac{1226}{75} \cdot (x - 1) - \frac{6 \cdot 3}{2} \cdot (x - 3) + \frac{2893}{300} \cdot (x - 4) -\sim$$

$$\frac{1)}{}\cdot\frac{x-1}{3}$$

$$-4)-6\cdot(x-4)\cdot\frac{x-4}{2}$$

$$6\cdot 4\cdot(x-6)+\frac{3701}{100}\cdot(x-8)\Bigg]$$

#34:

$$\left[\begin{array}{c} MF1(x) := -10\cdot x \\ MF2(x) := -\dfrac{25\cdot x^3 - 75\cdot x^2 - 401\cdot x + 1201}{75} \quad MF2(x) := \\ MF3(x) := -\dfrac{300\cdot x^2 - 3099\cdot x + 7592}{100} \quad MF3(x) \\ MF4(x) := 20\cdot(x-9) \end{array}\right.$$

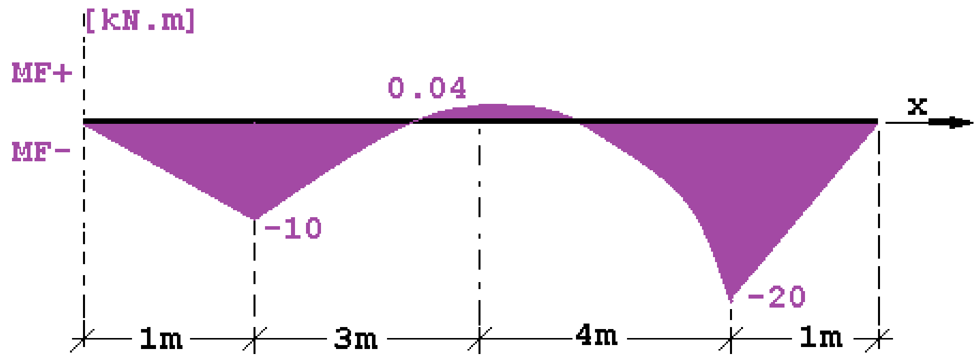
$$\left.\begin{array}{c} MF1(x) := -10\cdot x \\ -\dfrac{x^3}{3} + x^2 + \dfrac{401\cdot x}{75} - \dfrac{1201}{75} \\ := -3\cdot x^2 + \dfrac{3099\cdot x}{100} - \dfrac{1898}{25} \\ MF4(x) := 20\cdot x - 180 \end{array}\right]$$

#35:

$$\left[\begin{array}{c} MF1(x) := -10\cdot x \\ MF2(x) := -0.3333333333\cdot x^3 + x^2 + 5.346666666\cdot x - 16.01333333 \\ MF3(x) := -3\cdot x^2 + 30.99\cdot x - 75.92 \\ MF4(x) := 20\cdot x - 180 \end{array}\right]$$

Puntos para el diagrama de momento flector:

#36:
$$\begin{bmatrix} MF1(0) & MF1(1) \\ MF2(1) & MF2(4) \\ MF3(4) & MF3(8) \\ MF4(8) & MF4(9) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -10 \\ -10 & 0.04 \\ 0.04 & -20 \\ -20 & 0 \end{bmatrix}$$



#37: $11.86\cdot x + 21.86 - \dfrac{(x-1)^3}{3}$

#38: $-\dfrac{x^3}{3} + x^2 + \dfrac{543\cdot x}{50} + \dfrac{3329}{150}$

#39: $-0.3333333333\cdot x^3 + x^2 + \dfrac{543\cdot x}{50} + \dfrac{3329}{150}$

#40: $-0.3333333333\cdot x^3 + x^2 + 10.86\cdot x + \dfrac{3329}{150}$

#41: $-0.3333333333\cdot x^3 + x^2 + 10.86\cdot x + 22.19333333$

#42: $2.86\cdot x + 5.14 - 3\cdot(x-4)^2$

#43: $-3\cdot x^2 + \dfrac{1343\cdot x}{50} - \dfrac{2143}{50}$

#44: $-3\cdot x^2 + 26.86\cdot x - \dfrac{2143}{50}$

#45: $-3\cdot x^2 + 26.86\cdot x - 42.86$