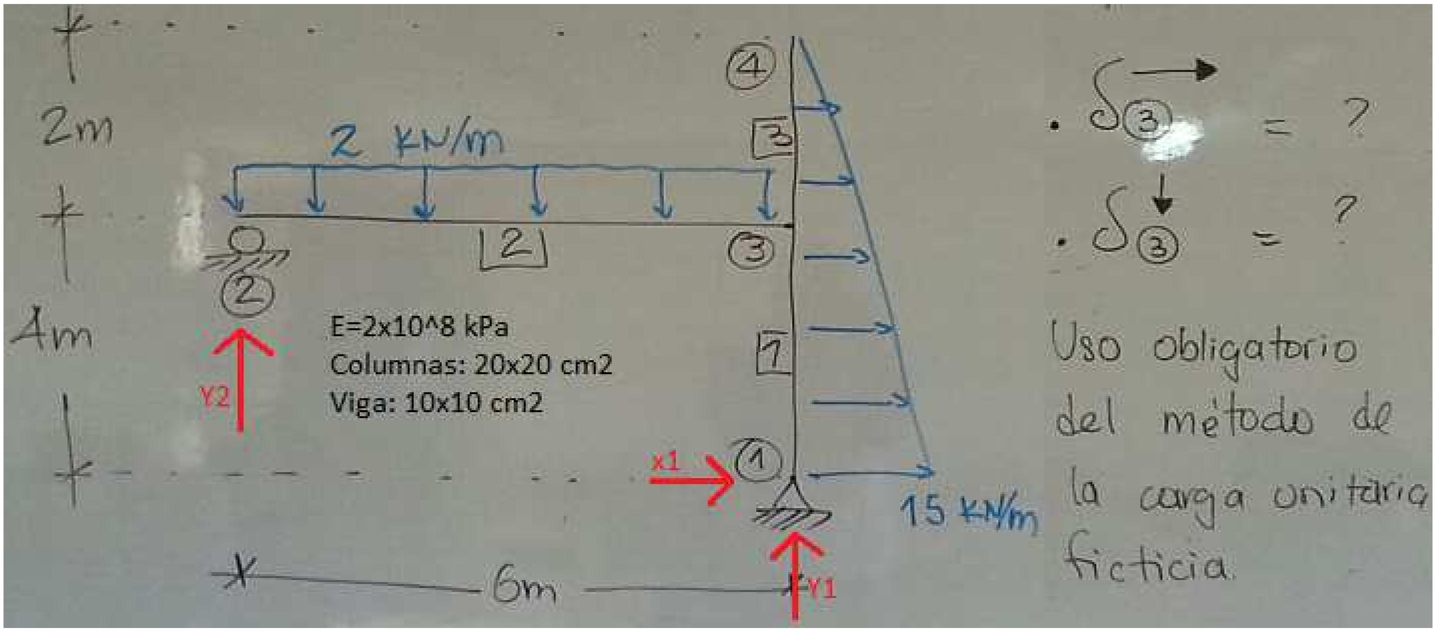
Resolver por el método de la Carga Unitaria Ficticia los desplazamientos del nudo 3:



#1: [CaseMode := Sensitive, InputMode := Word]

Datos del ejercicio:

#2: $\left[L1 := 4,\ L2 := 6,\ L3 := 2,\ E := 2\cdot 10^{8},\ Ic := \dfrac{0.2^{4}}{12},\ Iv := \dfrac{0.1^{4}}{12}\right]$

Simplificación de expresiones con EI:

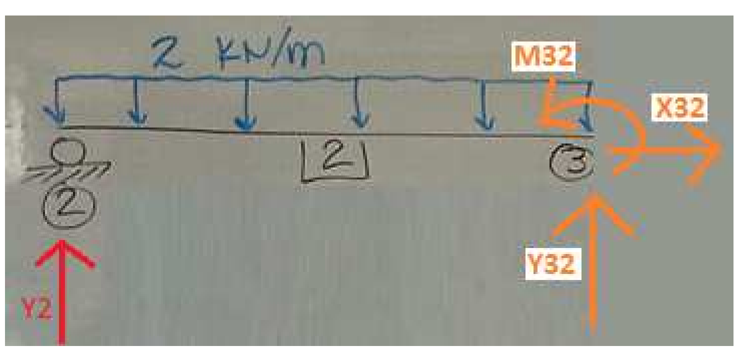
#3: [EIc := E·Ic, EIv := E·Iv]

Ecuaciones del equilibrio estático:

#4: $$\begin{bmatrix} x1 + \dfrac{15\cdot 6}{2} = 0 \\ y2 + y1 - 2\cdot 6 = 0 \\ -\ y2\cdot 6 + 2\cdot 6\cdot 3 - \dfrac{15\cdot 6}{2}\cdot\dfrac{1}{3}\cdot 6 \end{bmatrix}$$

#5: [x1 := -45, y1 := 21, y2 := -9]

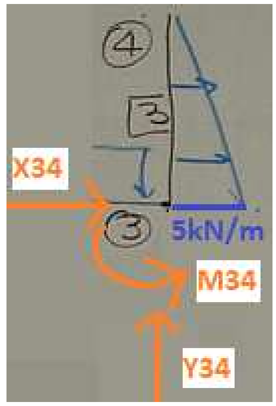
Diagramas de cuerpo libre de la viga 2:



#6: $\begin{bmatrix} y32 + y2 - 2 \cdot 6 = 0 \\ x32 = 0 \\ -y2 \cdot 6 + 2 \cdot 6 \cdot 3 + M32 = 0 \end{bmatrix}$

#7: $[M32 := -90,\ y32 := 21,\ x32 := 0]$

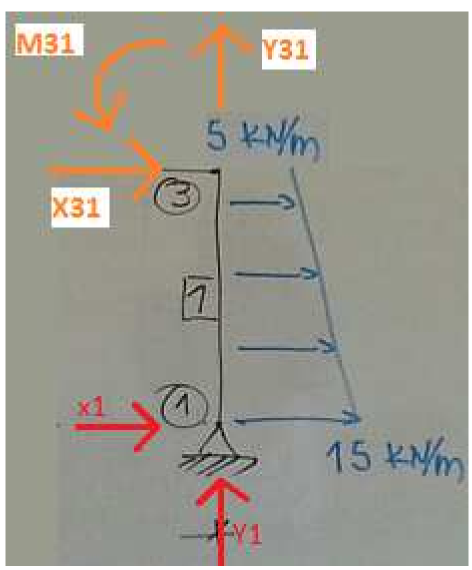
Diagrama de cuerpo libre de la columna 3:



#8: $\begin{bmatrix} x34 + \dfrac{5 \cdot 2}{2} = 0 \\ y34 = 0 \\ M34 - \dfrac{5 \cdot 2}{2} \cdot \dfrac{1}{3} \cdot 2 = 0 \end{bmatrix}$

#9: $\left[M34 := \dfrac{10}{3},\ x34 := -5,\ y34 := 0\right]$

Diagrama de cuerpo libre de la columna 1:



#10:
$$\left[\begin{array}{c} x1 + x31 + \dfrac{5 + 15}{2}\cdot 4 = 0 \\ y1 + y31 = 0 \\ M31 + x1\cdot 4 + \left(\dfrac{5 + 15}{2}\cdot 4\right)\cdot\dfrac{4}{3}\cdot\dfrac{2\cdot 15 + 5}{15 + 5} \end{array}\right]$$

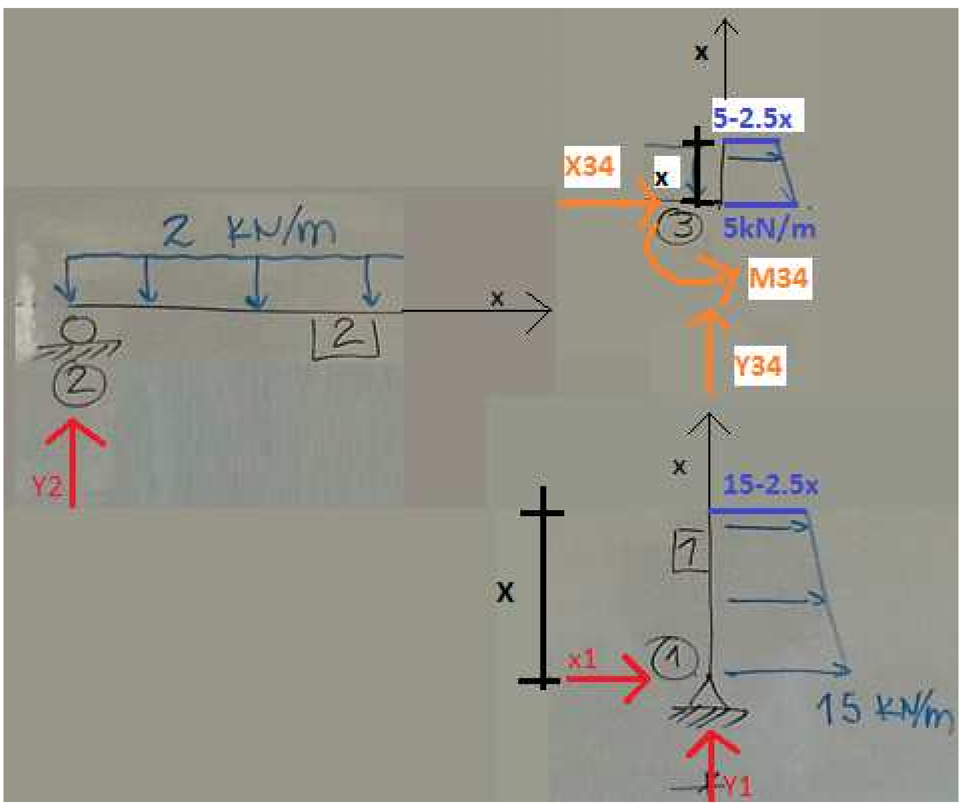
#11:
$$\left[M31 = \frac{260}{3},\ x31 := 5,\ y31 := -21\right]$$

Chequeo de equilibrio del nudo 3:

#12:
$$\left[\begin{array}{c} x32 + x34 + x31 = 0 \\ y32 + y34 + y31 = 0 \\ M32 + M34 + M31 = 0 \end{array}\right]$$

#13:
$$\left[\begin{array}{c} true \\ true \\ true \end{array}\right]$$

Diagramas de momento flector de la estructura con las cargas originales MF(x):

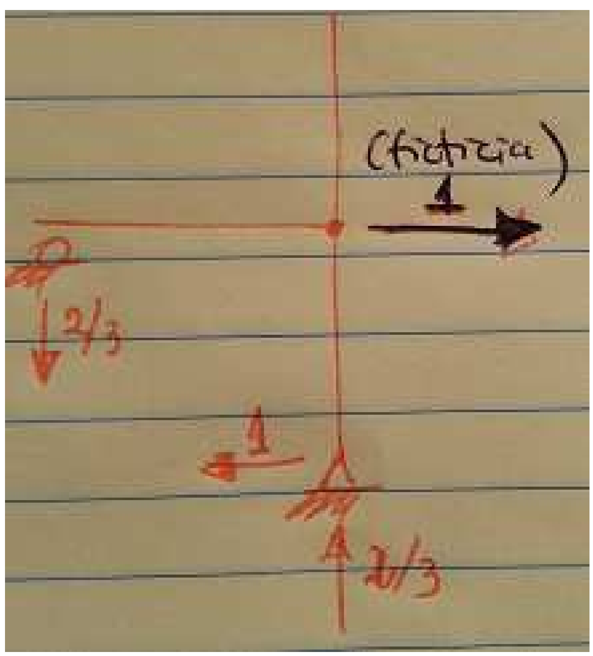


#14:
$$\left[\begin{array}{c} MF1(x) := -\,x1\cdot x - \left(\dfrac{15 + (15 - 2.5\cdot x)}{2}\cdot x\right)\cdot\left(\dfrac{x}{3}\cdot\dfrac{2\cdot 15 + (15 - 2.5\cdot x)}{15 + (15 - 2.5\cdot x)}\right) \\ MF2(x) := y2\cdot x - 2\cdot x\cdot\dfrac{x}{2} \\ MF3(x) := -M34 - x34\cdot x - \left(\dfrac{5 + (5 - 2.5\cdot x)}{2}\cdot x\right)\cdot\left(\dfrac{x}{3}\cdot\dfrac{2\cdot 5 + (5 - 2.5\cdot x)}{5 + (5 - 2.5\cdot x)}\right) \end{array}\right]$$

#15:
$$\left[\begin{array}{c} MF1(x) := \dfrac{5\cdot x\cdot(x^2 - 18\cdot x + 108)}{12} \\ MF2(x) := -\,x^2 - 9\cdot x \\ MF3(x) := \dfrac{5\cdot(x^3 - 6\cdot x^2 + 12\cdot x - 8)}{12} \end{array}\right]$$

#16:
$$\begin{bmatrix} MF1(0) & MF2(0) & MF3(0) \\ MF1(L1) & MF2(L2) & MF3(L3) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & -\dfrac{10}{3} \\ \dfrac{260}{3} & -90 & 0 \end{bmatrix}$$

Para deformación horizontal (eje x) del nudo 3:



#17:
$$\left[\begin{array}{c} mf1d3x(x) := x \\ mf2d3x(x) := -\,\dfrac{2}{3}\cdot x \\ mf3d3x(x) := 0 \end{array}\right]$$

Deformación por el método de la Carga Unitaria Ficticia:

#18: $d3x = \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^4 MF1(x)\cdot mf1d3x(x)\,dx + \frac{1}{EIv}\cdot\int_0^6 MF2(x)\cdot mf2d3x(x)\,dx + \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^2 MF3(x)\cdot mf3d3x(x)\,dx$

#19: $$d3x = \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^4 \left(\frac{5\cdot x^3}{12} - \frac{15\cdot x^2}{2} + 45\cdot x\right)\cdot x\,dx + \frac{1}{EIv}\cdot\int_0^6 (-x^2 - 9\cdot x)\cdot\left(-\frac{2\cdot x}{3}\right)dx + \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^2 \left(\frac{5\cdot x^3}{12} - \frac{5\cdot x^2}{2} + 5\cdot x - \frac{10}{3}\right)\cdot 0\,dx$$

#20: $d3x = \frac{53}{2500} + \frac{243}{625} + 0$

#21: $d3x = 0.41$

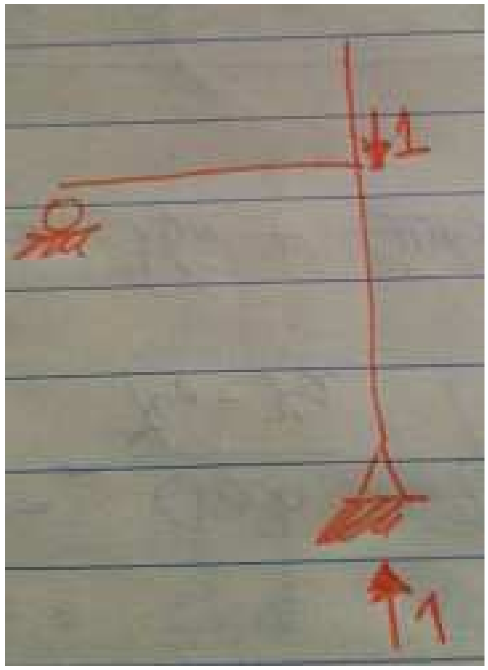
Expresión si se usa en las columnas un eje x vertical hacia abajo (el resultado final será el mismo):

#22: $$d3xa = \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^4 \left(\frac{5\cdot x^3}{12} + \frac{5\cdot x^2}{2} + 5\cdot x - \frac{260}{3}\right)\cdot(x - 4)\,dx + \frac{1}{EIv}\cdot\int_0^6 (-x^2 - 9\cdot x)\cdot\left(-\frac{2\cdot x}{3}\right)dx + \frac{1}{EIc}\cdot\int_0^2 \frac{5\cdot x^3}{12}\cdot 0\,dx$$

#23: $d3xa = 0.0212 + 0.3888 + 0$

#24: $d3xa = 0.41$

Deformación del nudo 3 en sentido vertical (y):



No hay flexión, por lo que dicha deformación será igual a cero. Hay que tener en cuenta que el método no incluye las deformaciones por esfuerzos axiales.

Gráfico de deformación utilizando un programa de análisis de estructuras (Sap2000)