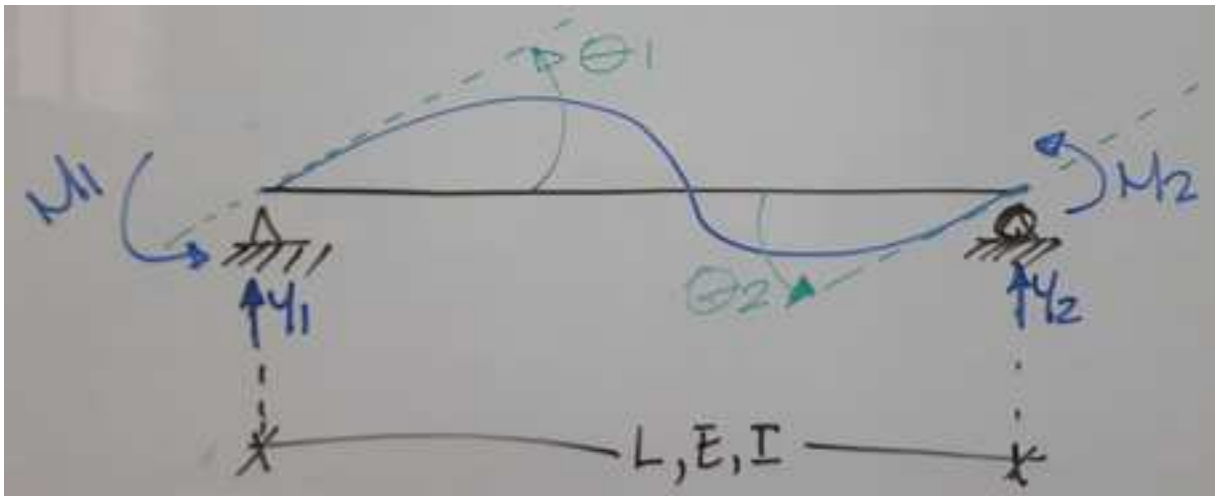


Método de Análisis por desplazamientos o Pendiente-Deflexión "Slop-Deflexion" demostrado a partir del Método del Área del Diagrama de Momento Flector. El caso I con la viga biempotrada se incluye al final.

#1: [CaseMode := Sensitive, InputMode := Word]

Estado II: Viga con giros

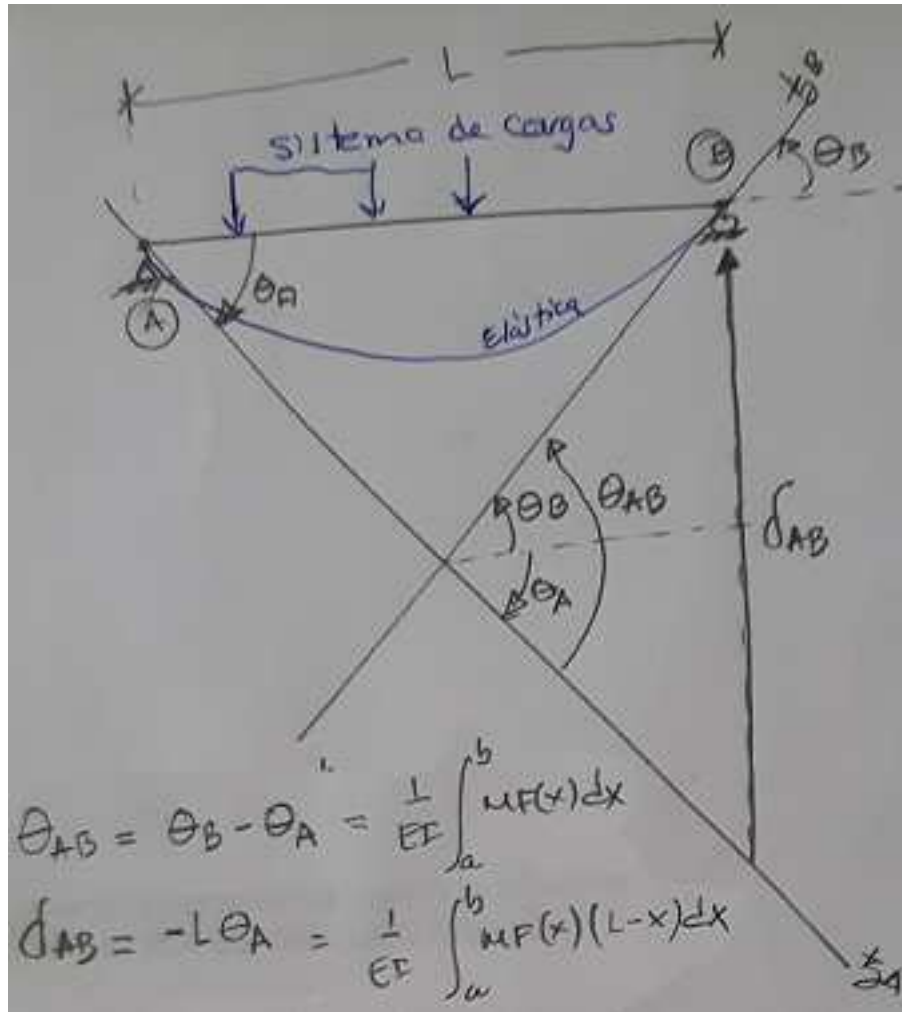


Ecuaciones de la estática: sumatoria de fuerzas y de momentos respecto al punto A

#2: $Y\theta_a + Y\theta_b = 0$

#3: $Y\theta_b \cdot L + M\theta_{ab} + M\theta_{ba} = 0$

Ecuaciones del Método del Área del Diagrama de Momento Flector: El ángulo θ entre las tangentes = $\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A$ y la distancia perpendicular al eje entre la tangente del punto A hacia el punto B después de la deformación es igual = $\delta_{AB} = L * (-\theta_A)$ extractado de la relación de triángulos que se forma



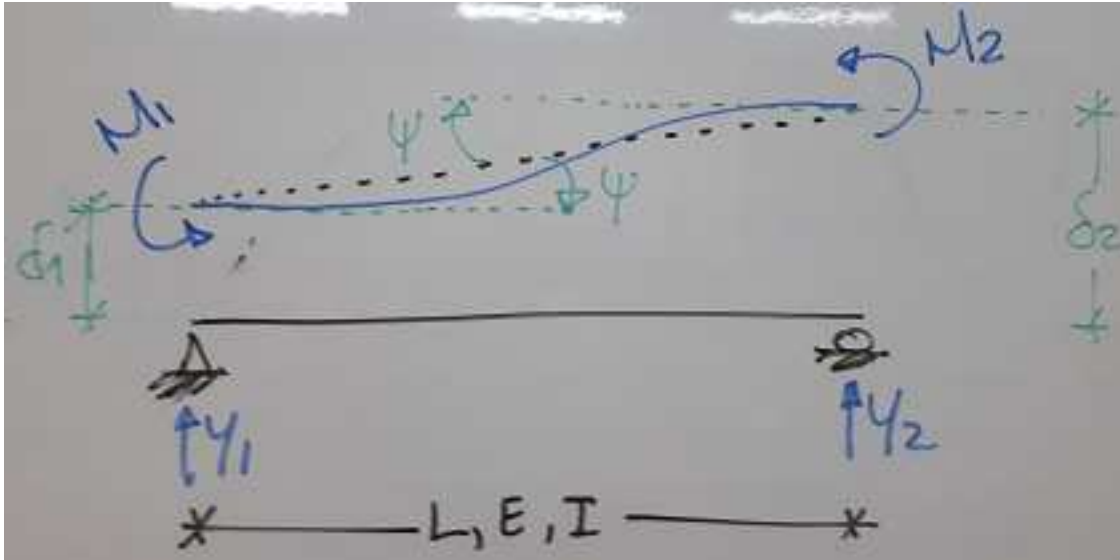
#4:
$$\frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L (-M\theta_{ab} + Y\theta_a \cdot x) dx = \theta_b - \theta_a$$

#5:
$$\frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L (-M\theta_{ab} + Y\theta_a \cdot x) \cdot (L - x) dx = -L \cdot \theta_a$$

Resolvemos las integrales y luego el sistema de las últimas 4 ecuaciones lineales simultáneas:

#6:
$$\left[\begin{aligned} M\theta_{ab} &= \frac{2 \cdot E \cdot I \cdot (2 \cdot \theta_a + \theta_b)}{L} \wedge M\theta_{ba} = \frac{2 \cdot E \cdot I \cdot (\theta_a + 2 \cdot \theta_b)}{L} \wedge Y\theta_a = \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot (\theta_a + \theta_b)}{L} \wedge Y\theta_b \\ &= - \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot (\theta_a + \theta_b)}{L} \end{aligned} \right]$$

Estado III: Viga con desplazamiento relativo entre los apoyos A y B:

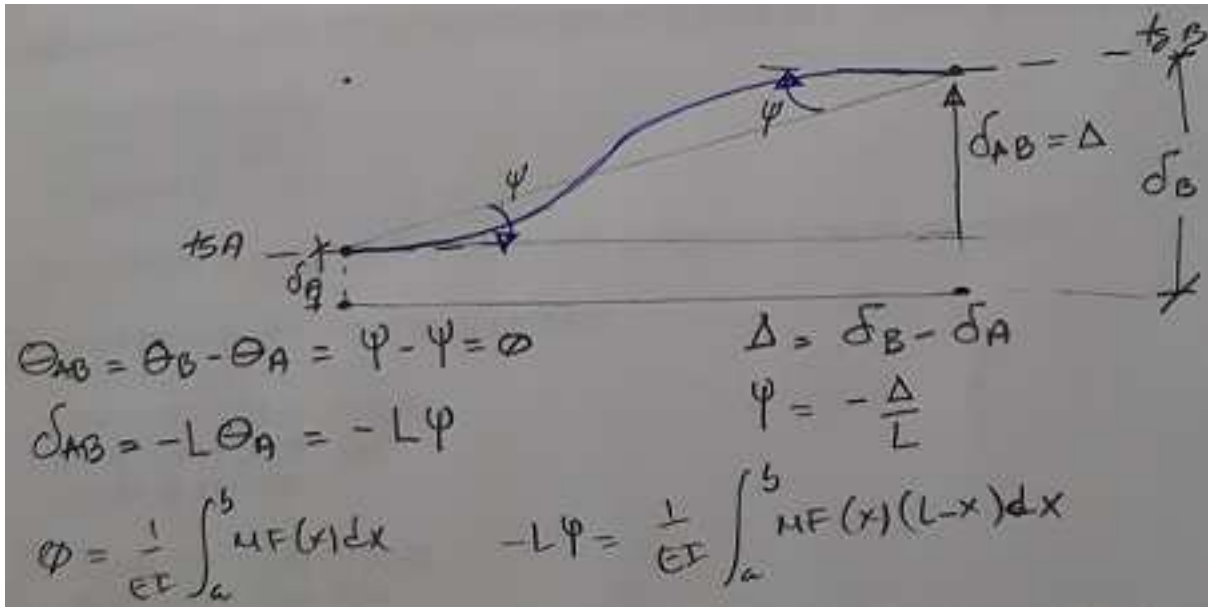


Ecuaciones de la estática: sumatoria de fuerzas y de momentos respecto al punto A

#7: $Y_{\phi a} + Y_{\phi b} = 0$

#8: $Y_{\phi b} \cdot L + M_{\phi ab} + M_{\phi ba} = 0$

Ecuaciones del Método del Área del Diagrama de Momento Flector: El ángulo entre las tangentes $\theta_{AB} = \theta_B - \theta_A = 0$, dado que θ_B y θ_A son iguales a ϕ , y la distancia entre la tangente del punto A al punto B después de la deformación es $\delta_{AB} = \Delta = -L \cdot \psi$, extractado de la relación de triángulos que se forma, donde $-\psi = \Delta / L$



Ecuaciones de la estática: sumatoria de fuerzas y de momentos respecto al punto A

#9: $Y_{\phi a} + Y_{\phi b} = 0$

$$\#10: Y\phi_b \cdot L + M\phi_{ab} + M\phi_{ba} = 0$$

Ecuaciones del Método del Área del Diagrama de Momento Flector:

$$\#11: \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L (-M\psi_{ab} + Y\psi_a \cdot x) dx = 0$$

$$\#12: \frac{1}{E \cdot I} \cdot \int_0^L (-M\psi_{ab} + Y\psi_a \cdot x) \cdot (L - x) dx = -\psi \cdot L$$

Resolvemos las integrales y luego el sistema las últimas 4 ecuaciones lineales simultáneas:

$$\#13: \left[\begin{array}{l} M\psi_{ab} = \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L} \wedge M\psi_{ba} = \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L} \wedge Y\psi_a = \frac{12 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L^2} \wedge Y\psi_b = -\frac{12 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L^2} \end{array} \right]$$

El momento final es la suma de los momentos de empotramiento + momento por giro (estado II) + momento por desplazamiento relativo (estado III), así

$$\#14: M_{ab} = M_{EPab} + M_{\theta ab} + M_{\phi ab}$$

$$\#15: M_{ba} = M_{EPba} + M_{\theta ba} + M_{\phi ba}$$

$$\#16: M_{ab} = M_{EPab} + \frac{2 \cdot E \cdot I \cdot (2 \cdot \theta_a + \theta_b)}{L} + \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L}$$

$$\#17: M_{ba} = M_{EPba} + \frac{2 \cdot E \cdot I \cdot (\theta_a + 2 \cdot \theta_b)}{L} + \frac{6 \cdot E \cdot I \cdot \psi}{L}$$

$$\#18: M_{ab} = \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} \cdot (3 \cdot \psi + 2 \cdot \theta_a + \theta_b) + M_{EPab}$$

$$\#19: M_{ba} = \frac{2 \cdot E \cdot I}{L} \cdot (3 \cdot \psi + \theta_a + 2 \cdot \theta_b) + M_{EPba}$$

Así mismo serán las reacciones finales:

$$\#20: \left[\begin{array}{l} Y_{ab} = Y_{EMPab} + Y_{\theta a} + Y_{\psi a} \\ Y_{ba} = Y_{EMPba} + Y_{\theta b} + Y_{\psi b} \end{array} \right]$$

$$\#21: \begin{bmatrix} Y_{ab} = Y_{EMPab} + \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} \cdot (\theta_a + \theta_b + 2 \cdot \psi) \\ Y_{ab} = Y_{EMPba} - \frac{6 \cdot E \cdot I}{L^2} \cdot (\theta_a + \theta_b + 2 \cdot \psi) \end{bmatrix}$$