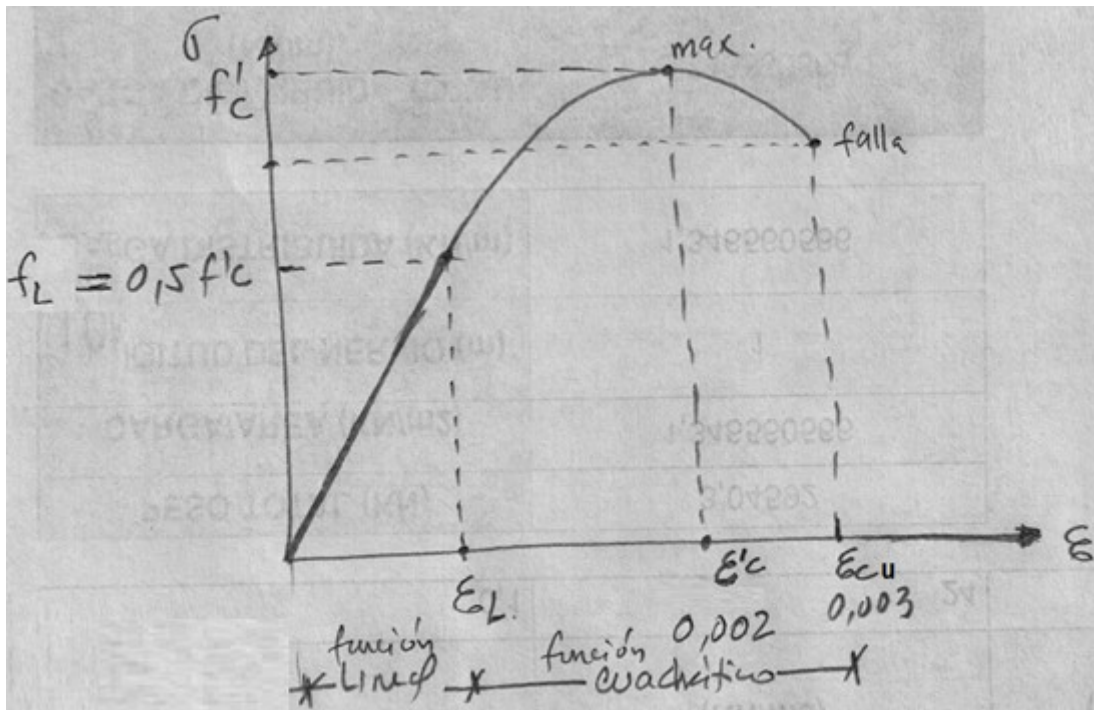


**Curva Esfuerzo – Deformación Unitaria del concreto con aproximación cuadrática en la zona plástica:**

Se usará módulo de elasticidad con el criterio de la secante, también se usará el límite de falla en deformación unitaria de 0.003



#1: [CaseMode := Sensitive, InputMode := Word]

#2: [E :=, εL :=, fL :=, εpc :=, fpc :=, εcu :=, ε :=, σc(ε) :=]

Se usará:

– $E=4700\sqrt{f'c}$  (NSR-10 C.8.5.1), esfuerzos en MPa.

–Que el esfuerzo en la zona de comportamiento lineal es  $0.5 \cdot f'c$ .

–Que el concreto alcanza su máximo esfuerzo en una deformación de 0.002.

#3: [E :=  $4700 \cdot \sqrt{fpc}$ , fL :=  $0.5 \cdot fpc$ , εpc := 0.002, εcu := 0.003]

Ley de Hooke:  $\sigma=E \cdot \epsilon$ :

#4:  $fL = E \cdot \epsilon L$

$$\#5: \quad \varepsilon_L := \frac{\sqrt{f_{pc}}}{9400}$$

En que coordenada y se presenta la deformación unitaria lineal máxima  $\varepsilon_L$ :

$$\#6: \quad \frac{y_L}{\varepsilon_L} = \frac{c}{\varepsilon_{cu}}$$

$$\#7: \quad y_L = 0.1625026842 \cdot c$$

### Función cuadrática del esfuerzo:

$$\#8: \quad \sigma_c(\varepsilon) = a \cdot \varepsilon^2 + b \cdot \varepsilon + c$$

Puntos conocidos de la curva:

–Esfuerzo en límite de comportamiento lineal

–Esfuerzo máximo

–La pendiente de la curva de esfuerzo es cero en el punto de máximo esfuerzo ( $\varepsilon'_c, f'_c$ )

–Por criterio de continuidad, la pendiente de la curva cuadrática de esfuerzo es igual a la tangente de la zona lineal, es decir al módulo E

módulo E en el rango plástico:

$$\#9: \quad \text{mod}E(\varepsilon) :=$$

$$\#10: \quad \text{mod}E(\varepsilon) = \frac{d}{d\varepsilon} (a \cdot \varepsilon^2 + b \cdot \varepsilon + c)$$

$$\#11: \quad \text{mod}E(\varepsilon) = 2 \cdot a \cdot \varepsilon + b$$

$$\#12: \quad \left[ \begin{array}{l} \sigma_c(\varepsilon_L) = a \cdot \varepsilon_L^2 + b \cdot \varepsilon_L + c \\ \sigma_c(\varepsilon_{pc}) = a \cdot \varepsilon_{pc}^2 + b \cdot \varepsilon_{pc} + c \\ \text{mod}E(\varepsilon_{pc}) = 0 \end{array} \right]$$

$$\#13: \quad \left[ \begin{array}{l} f_L = a \cdot \varepsilon_L^2 + b \cdot \varepsilon_L + c \\ f_{pc} = a \cdot \varepsilon_{pc}^2 + b \cdot \varepsilon_{pc} + c \\ 2 \cdot a \cdot \varepsilon_{pc} + b = 0 \end{array} \right]$$

$$\#14: \quad \left[ a = - \frac{1104500000 \cdot f_{pc}}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc}} + 8836} \wedge b = \frac{4418000 \cdot f_{pc}}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc}} + 8836} \wedge c = \right]$$

$$\left. \frac{f_{pc} \cdot (25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 4418})}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 8836}} \right]$$

Sustituyendo en la ecuación cuadrática del esfuerzo:

$$\#15: \sigma_c(\varepsilon) = a \cdot \varepsilon^2 + b \cdot \varepsilon + c$$

$$\#16: \sigma_c(\varepsilon) = \left( - \frac{1104500000 \cdot f_{pc}}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 8836}} \right) \cdot \varepsilon^2 + \frac{4418000 \cdot f_{pc}}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 8836}} \cdot \varepsilon + \frac{f_{pc} \cdot (25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 4418})}{25 \cdot f_{pc} - 940 \cdot \sqrt{f_{pc} + 8836}}$$

Si  $f'_c = 21$  MPa:

$$\#17: f_{pc} := 21$$

$$\#18: \sigma_c(\varepsilon) = \left( - \frac{1104500000 \cdot 21}{25 \cdot 21 - 940 \cdot \sqrt{21 + 8836}} \right) \cdot \varepsilon^2 + \frac{4418000 \cdot 21}{25 \cdot 21 - 940 \cdot \sqrt{21 + 8836}} \cdot \varepsilon + \frac{21 \cdot (25 \cdot 21 - 940 \cdot \sqrt{21 + 4418})}{25 \cdot 21 - 940 \cdot \sqrt{21 + 8836}}$$

$$\#19: \sigma_c(\varepsilon) := - 4.589899293 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon^2 + 1.835959717 \cdot 10^4 \cdot \varepsilon + 2.640402824$$

$$\#20: \varepsilon_L := \frac{\sqrt{21}}{9400}$$

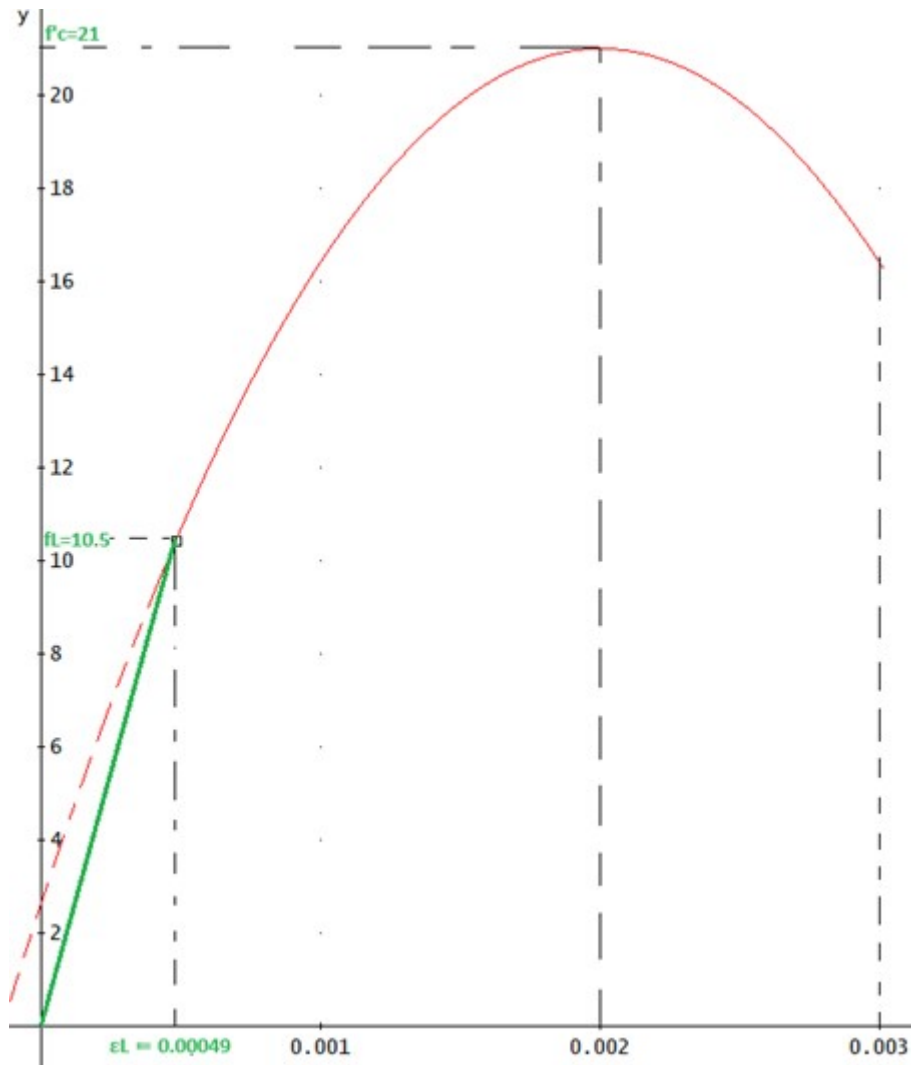
$$\#21: \varepsilon_L := 0.0004875080526$$

Esfuerzo en el punto de rotura  $\varepsilon_{cu}$ :

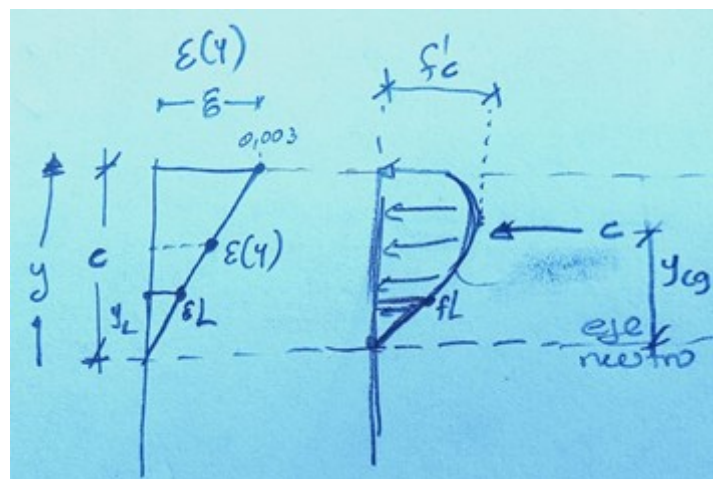
$$\#22: \sigma_c(\varepsilon_{cu}) = - 4.589899293 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon_{cu}^2 + 1.835959717 \cdot 10^4 \cdot \varepsilon_{cu} + 2.640402824$$

$$\#23: \sigma_c(\varepsilon_{cu}) = 16.41010069$$

$$\#24: \sigma_c(\varepsilon_{cu}) = 0.7814333661 \cdot f_{pc}$$



Esfuerzo en función de la coordenada y:



#25: 
$$\frac{\epsilon_{CU}}{c} = \frac{\epsilon}{y}$$

$$\#26: \quad \varepsilon = \frac{\varepsilon_{cu}}{c} \cdot y$$

$$\#27: \quad \varepsilon = \frac{3 \cdot y}{1000 \cdot c}$$

$$\#28: \quad y = \frac{c}{\varepsilon_{cu}} \cdot \varepsilon$$

$$\#29: \quad y = \frac{1000 \cdot c \cdot \varepsilon}{3}$$

coordenada y para el límite elástico  $\varepsilon_L$ :

$$\#30: \quad y = \frac{1000 \cdot c \cdot \varepsilon_L}{3}$$

$$\#31: \quad y = 0.1625026842 \cdot c$$

Reemplazo  $\varepsilon$  por  $\varepsilon(y)$

$$\#32: \quad \sigma_c(\varepsilon) = -4.589899293 \cdot 10^6 \cdot \varepsilon^2 + 1.835959717 \cdot 10^4 \cdot \varepsilon + 2.640402824$$

$$\#33: \quad \sigma_c(y) = -4.589899293 \cdot 10^6 \cdot \left( \frac{3 \cdot y}{1000 \cdot c} \right)^2 + 1.835959717 \cdot 10^4 \cdot \frac{3 \cdot y}{1000 \cdot c} + 2.640402824$$

$$\#34: \quad \sigma_c(y) = -\frac{41.30909363 \cdot y^2}{c} + \frac{55.0787915 \cdot y}{c} + 2.640402822$$

**Área total de esfuerzo:** al multiplica por el ancho (b) sería la fuerza de compresión

En función de y:

$$\#35: \quad F_c = \frac{f_L \cdot y_L}{2} + \int_{y_L}^c \sigma_c(y) \, dy$$

$$\#36: \quad F_c = 16.16601996 \cdot c$$

**Centroide de esfuerzos:**

en función de la coordenada del eje y, desde 0 hasta c:

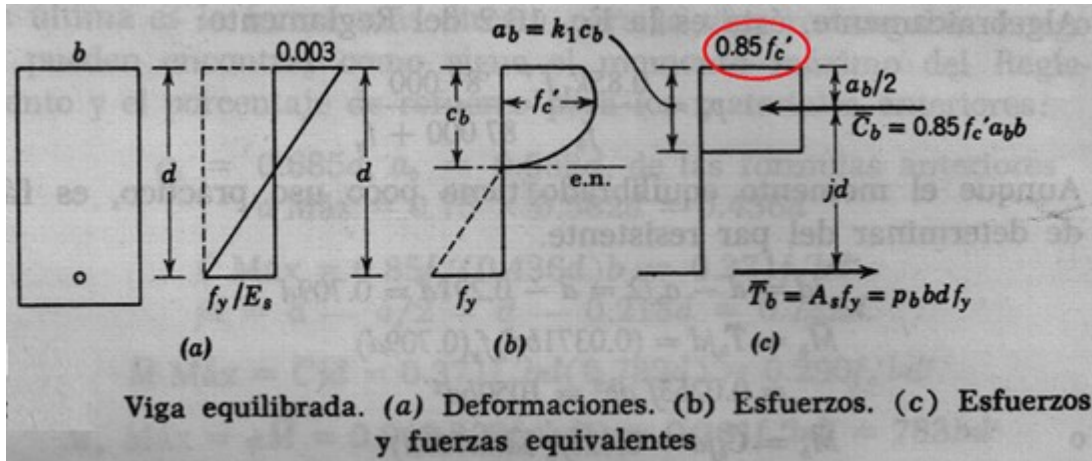
$$\#37: \quad y_{cg} :=$$

$$\#38: \quad y_{cg} \cdot F_c = \frac{f_L \cdot y_L}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \varepsilon_L \right) + \int_{y_L}^c \sigma_c(y) \cdot y \, dy$$

#39: 
$$y_{cg} = \frac{\frac{fL \cdot yL}{2} \cdot \left( \frac{2}{3} \cdot \varepsilon L \right) + \int_{yL}^c \sigma_c(y) \cdot y \, dy}{F_c}$$

#40: 
$$y_{cg} = 0.5719452792 \cdot c + 1.715170372 \cdot 10^{-5}$$

Se debe comparar con el recomendado de  $(\beta_1=0.85)c$  del bloque de Whitney:



Usando  $f'_c$  de 21MPa y el rectángulo de Whitney,  $\beta_1=0.85$ ,  $a=\beta_1 \cdot c$

#41: 
$$y_{cg} = c - \frac{a}{2}$$

#42: 
$$y_{cg} = c - \frac{\beta_1 \cdot c}{2}$$

#43: 
$$y_{cg} = c - \frac{0.85 \cdot c}{2}$$

#44: 
$$y_{cg} = 0.575 \cdot c$$

Para el valor de  $a$ , se usa  $y_{cg}$  del cálculo inicial, no de Whitney:

#45: 
$$a = 2 \cdot (c - y_{cg})$$

#46: 
$$a = 2 \cdot (c - (0.5719452792 \cdot c + 1.715170372 \cdot 10^{-5}))$$

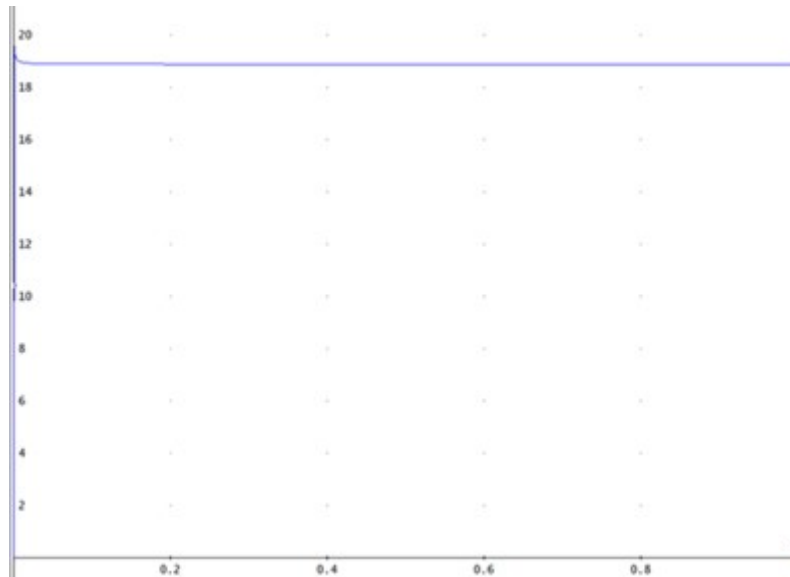
#47: 
$$a = 0.8561094411 \cdot c - 3.43034074 \cdot 10^{-5}$$

Valor del esfuerzo promedio del rectángulo de esfuerzos:

#48: 
$$\sigma_{prom} = \frac{F_c}{a}$$

$$\#49: \sigma_{prom} = \frac{16.16601996 \cdot c}{0.8561094411 \cdot c - 3.43034074 \cdot 10^{-5}}$$

$$\#50: \sigma_{prom} = \frac{2.477957165 \cdot 10^{10}}{3.275005215 \cdot 10^{13} \cdot c - 1.312260241 \cdot 10^9} + 18.88312308$$



comparar el  $\sigma_{prom}$  con el esfuerzo promedio de Whitney ( $0.85f'c=17.85$ ):

$$\#51: \frac{18.88312308}{17.85} = 1.057878043$$