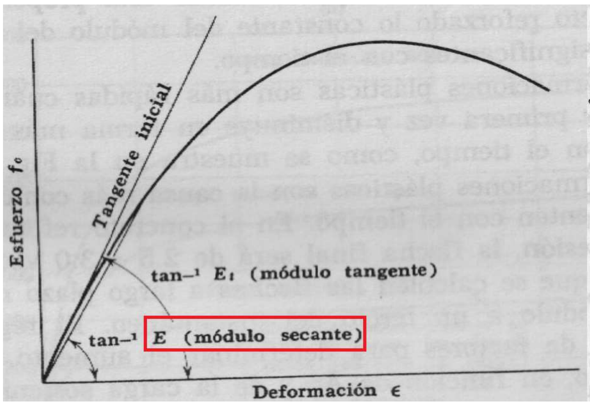
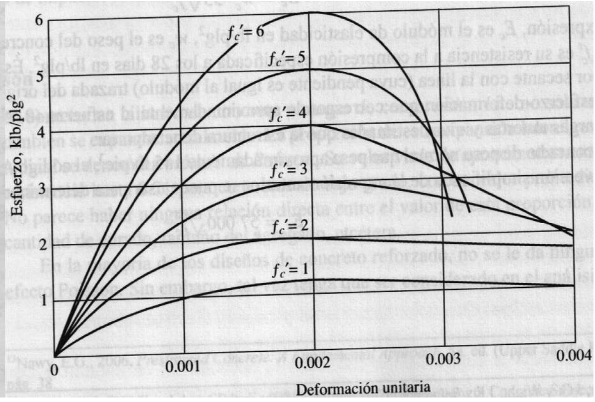
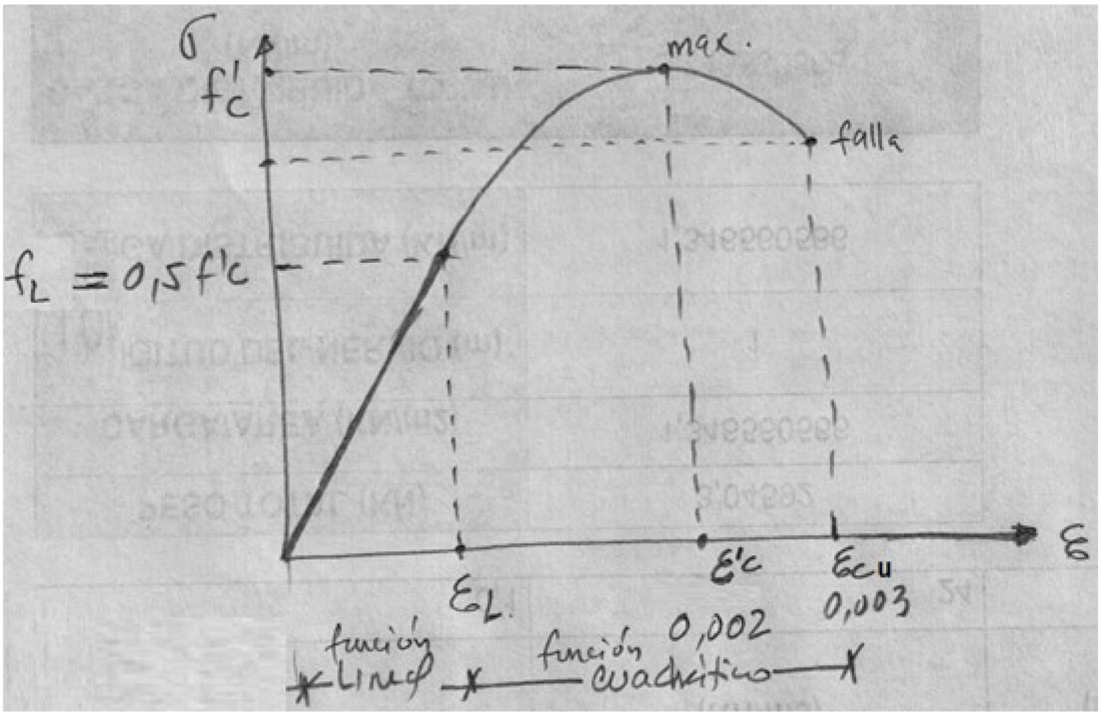




Curva Esfuerzo – Deformación Unitaria del concreto con aproximación cúbica en la zona plástica:

Se usará módulo de elasticidad con el criterio de la secante, también se usará el límite de falla en deformación unitaria de 0.003



#1: [CaseMode := Sensitive, InputMode := Word]

#2: [E :=, εL :=, fL :=, εpc :=, fpc :=, εcu :=, ε :=, σc(ε) :=]

Se usará:
-$E=4700\sqrt{f'c}$ (NSR-10 C.8.5.1), esfuerzos en MPa.
-Que el esfuerzo en la zona de comportamiento lineal es 0.5*f'c.
-Que el concreto alcanza su máximo esfuerzo en una deformación de 0.002.

#3: $[E := 4700\cdot\sqrt{fpc},\ fL := 0.5\cdot fpc,\ \varepsilon pc := 0.002,\ \varepsilon cu := 0.003]$

Ley de Hooke: σ=E*ε:

#4: $fL = E\cdot\varepsilon L$

#5: $$\varepsilon L := \frac{\sqrt{fpc}}{9400}$$

En que coordenada y se presenta la deformación unitaria lineal máxima εL:

#6: $$\frac{yL}{\varepsilon L} = \frac{c}{\varepsilon cu}$$

#7: $$yL = 0.1625026842 \cdot c$$

Función cúbica del esfuerzo:

#8: $$\sigma c(\varepsilon) = a \cdot \varepsilon^3 + b \cdot \varepsilon^2 + c \cdot \varepsilon + d$$

módulo E en el rango plástico (derivada del esfurzo):

#9: $modE(\varepsilon) :=$

#10: $$modE(\varepsilon) = \frac{d}{d\varepsilon}(a \cdot \varepsilon^3 + b \cdot \varepsilon^2 + c \cdot \varepsilon + d)$$

#11: $$modE(\varepsilon) = 3 \cdot a \cdot \varepsilon^2 + 2 \cdot b \cdot \varepsilon + c$$

Puntos conocidos de la curva:
-Esfuerzo en límite de comportamiento lineal
-Esfuerzo máximo
-Esfuerzo en el punto de rotura (**εcu,0.85f'c**)
-Esfuerzo cero en deformación cero.
-Por criterio de continuidad, la pendiente de la curva cuadrática de esfuerzo debería ser igual a la tangente de la zona lineal, es decir al módulo E, pero esta condición no es utilizada dada la asumsión, de corte abrupto, de que el comportamiento en el rango elástico es lineal.

#12: $$\left[\begin{array}{c} \sigma c(\varepsilon L) = a \cdot \varepsilon L^3 + b \cdot \varepsilon L^2 + c \cdot \varepsilon L + d \\ \sigma c(\varepsilon pc) = a \cdot \varepsilon pc^3 + b \cdot \varepsilon pc^2 + c \cdot \varepsilon pc + d \\ 0.85 \cdot fpc = a \cdot \varepsilon cu^3 + b \cdot \varepsilon cu^2 + c \cdot \varepsilon cu + d \\ \sigma c(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d \end{array}\right]$$

#13:
$$\begin{bmatrix} fL = a\cdot \varepsilon L^3 + b\cdot \varepsilon L^2 + c\cdot \varepsilon L + d \\ fpc = a\cdot \varepsilon pc^3 + b\cdot \varepsilon pc^2 + c\cdot \varepsilon pc + d \\ 0.85\cdot fpc = a\cdot \varepsilon cu^3 + b\cdot \varepsilon cu^2 + c\cdot \varepsilon cu + d \\ 0 = a\cdot 0^3 + b\cdot 0^2 + c\cdot 0 + d \end{bmatrix}$$

#14:
$$\left[a = \frac{94000000\cdot(65\cdot\sqrt{fpc} + 423)}{3} - \frac{207646000000\cdot(5\cdot\sqrt{fpc} + 846)}{25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254} \wedge b = -\frac{50000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(325\cdot fpc^{3/2} - 446218\cdot\sqrt{fpc} + 3114690)}{3\cdot(25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254)} \wedge c = \frac{100\cdot\sqrt{fpc}\cdot(700\cdot fpc^{3/2} - 23735\cdot fpc + 1868814)}{3\cdot(25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254)} \wedge d = 0\right]$$

Sustituyendo en la ecuación del esfuerzo:

#15:
$$\sigma c(\varepsilon) = \left(\frac{94000000\cdot(65\cdot\sqrt{fpc} + 423)}{3} - \frac{207646000000\cdot(5\cdot\sqrt{fpc} + 846)}{25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254}\right)\cdot\varepsilon^3 + \left(-\frac{50000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(325\cdot fpc^{3/2} - 446218\cdot\sqrt{fpc} + 3114690)}{3\cdot(25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254)}\right)\cdot\varepsilon^2 + \frac{100\cdot\sqrt{fpc}\cdot(700\cdot fpc^{3/2} - 23735\cdot fpc + 1868814)}{3\cdot(25\cdot fpc - 1175\cdot\sqrt{fpc} + 13254)}\cdot\varepsilon + 0$$

Si f'c=21 MPa:

#16:
$$\sigma c(\varepsilon) = \left(\frac{94000000\cdot(65\cdot\sqrt{21} + 423)}{3} - \frac{207646000000\cdot(5\cdot\sqrt{21} + 846)}{25\cdot 21 - 1175\cdot\sqrt{21} + 13254}\right)\cdot\varepsilon^3 + \left(-\frac{50000\cdot\sqrt{21}\cdot(325\cdot 21^{3/2} - 446218\cdot\sqrt{21} + 3114690)}{3\cdot(25\cdot 21 - 1175\cdot\sqrt{21} + 13254)}\right)\cdot\varepsilon^2 +$$

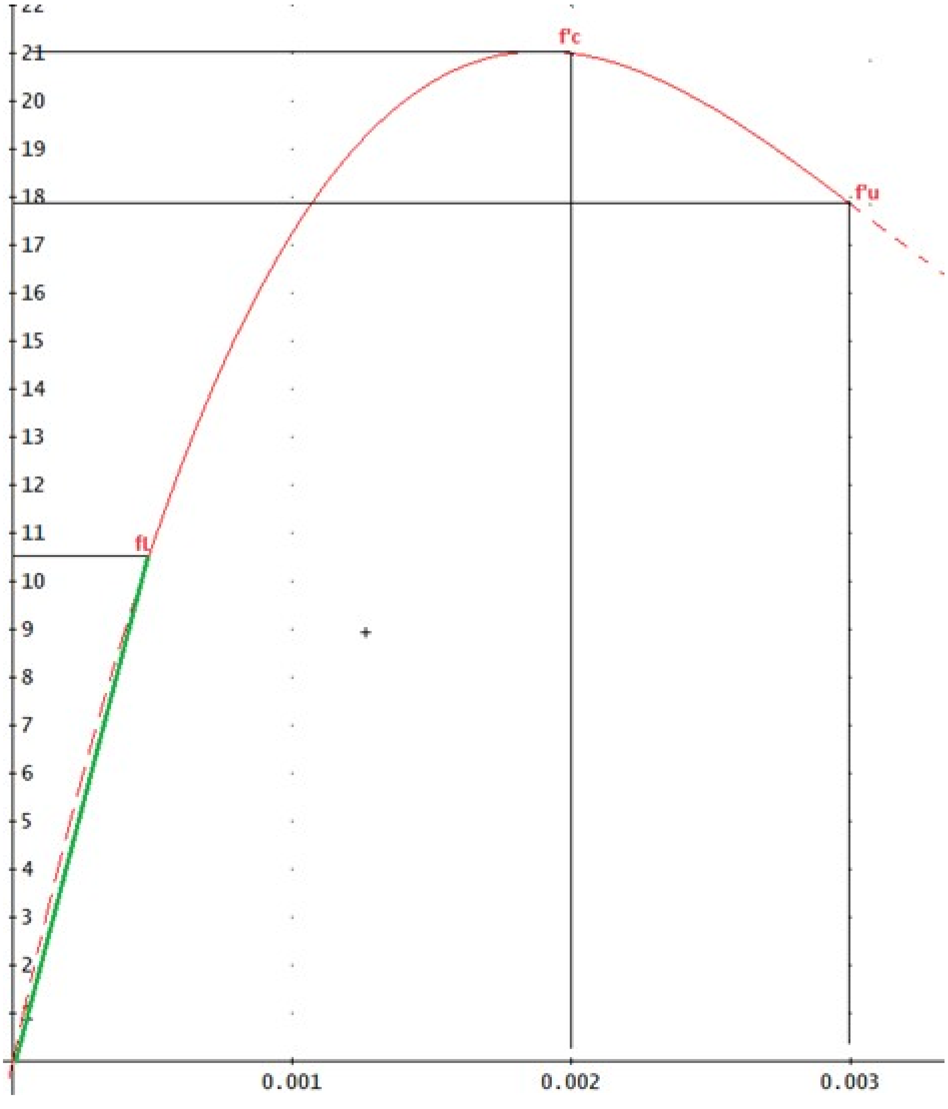
$$\frac{100\cdot\sqrt{21}\cdot(700\cdot 21^{3/2} - 23735\cdot 21 + 1868814)}{3\cdot(25\cdot 21 - 1175\cdot\sqrt{21} + 13254)}\cdot\varepsilon + 0$$

#17: $\sigma c(\varepsilon) = 1.093718937\cdot 10^{9}\cdot\varepsilon^{3} - 1.001859468\cdot 10^{7}\cdot\varepsilon^{2} + 2.616231362\cdot 10^{4}\cdot\varepsilon$

Deformación unitaria en el límite del rango elástico:

#18: $\varepsilon L := \frac{\sqrt{21}}{9400}$

#19: $\varepsilon L := 0.0004875080526$



Esfuerzo en la deformación ε'c, no garantiza ser el punto de esfuerzo máximo:

#20: modE(εpc) = –

$$\frac{33.33333333\cdot\sqrt{21}\cdot(100\cdot 21^{1.5}\cdot(3250\cdot\varepsilon pc - 7) + 235\cdot 21\cdot(101 - 1.95\cdot 10^{7}\cdot\varepsilon pc^{2}) + 4.4\sim}{25\cdot 21 - 1175\cdot\sqrt{\sim}}$$

$$\frac{18\cdot 10^{6}\cdot\sqrt{21}\cdot\varepsilon pc\cdot(4.2\cdot 10^{4}\cdot\varepsilon pc - 101) - 6.22938\cdot 10^{5}\cdot(1.5\cdot 10^{6}\cdot\varepsilon pc^{2} - 5000\cdot\varepsilon pc + 3))}{21 + 1.3254\cdot 10^{4}}$$

#21: $\mathrm{modE}(\varepsilon pc) = -787.4378746$

Esfuerzo máximo:

#22: $0 = -$

$$\frac{33.33333333\cdot\sqrt{21}\cdot(100\cdot 21^{1.5}\cdot(3250\cdot\varepsilon - 7) + 235\cdot 21\cdot(101 - 1.95\cdot 10^{7}\cdot\varepsilon^{2}) + 4.418\cdot 1\sim}{25\cdot 21 - 1175\cdot\sqrt{21} + 1\sim}$$

$$\frac{0^{6}\cdot\sqrt{21}\cdot\varepsilon\cdot(4.2\cdot 10^{4}\cdot\varepsilon - 101) - 6.22938\cdot 10^{5}\cdot(1.5\cdot 10^{6}\cdot\varepsilon^{2} - 5000\cdot\varepsilon + 3))}{.3254\cdot 10^{4}}$$

#23: $\varepsilon = 0.001891657621$

#24: $\sigma c(0.001891657621) = 1.093718937\cdot 10^{9}\cdot 0.001891657621^{3} -$
$1.001859468\cdot 10^{7}\cdot 0.001891657621^{2} + 2.616231362\cdot 10^{4}\cdot 0.001891657621$

#25: $\sigma c(0.001891657621) = 21.04335191$

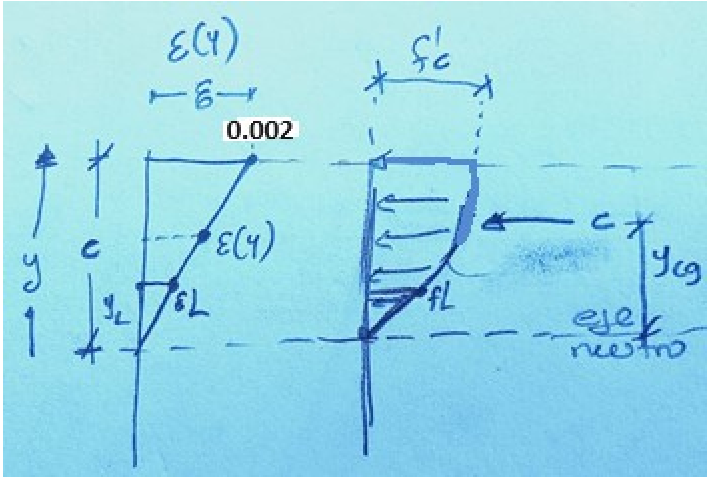
Falla del concreto:

#26: $\sigma c(\varepsilon cu) = 1.093718937\cdot 10^{9}\cdot\varepsilon cu^{3} - 1.001859468\cdot 10^{7}\cdot\varepsilon cu^{2} + 2.616231362\cdot 10^{4}\cdot\varepsilon cu$

#27: $\sigma c(\varepsilon cu) = 17.85$

#28: $\sigma c(\varepsilon cu) = 0.85\cdot fpc$

Esfuerzo en función de la coordenada y:



#29: $$\frac{\varepsilon pc}{c} = \frac{\varepsilon}{y}$$

#30: $$\varepsilon = \frac{\varepsilon pc}{c}\cdot y$$

#31: $$\varepsilon = 0.002\cdot\frac{y}{c}$$

#32: $$y = \frac{c}{\varepsilon pc}\cdot\varepsilon$$

#33: $y = 500\cdot c\cdot\varepsilon$

coordenada y para el límite elástico εL:

#34: $yL = 500\cdot c\cdot\varepsilon L$

#35: $$yL = 0.2437540263\cdot c$$

Reemplazo ε por ε(y)

#36: $\sigma c(\varepsilon) = 1.093718937\cdot 10^{9}\cdot\varepsilon^{3} - 1.001859468\cdot 10^{7}\cdot\varepsilon^{2} + 2.616231362\cdot 10^{4}\cdot\varepsilon$

#37: $$\sigma c(y) = 1.093718937\cdot 10^{9}\cdot\left(0.002\cdot\frac{y}{c}\right)^{3} - 1.001859468\cdot 10^{7}\cdot\left(0.002\cdot\frac{y}{c}\right)^{2} + 2.616231362\cdot 10^{4}\cdot\left(0.002\cdot\frac{y}{c}\right)$$

#38: $$\sigma c(y) = \frac{8.749751495\cdot y^{3}}{c^{3}} - \frac{40.07437872\cdot y^{2}}{c^{2}} + \frac{52.32462724\cdot y}{c}$$

Área total de esfuerzo: al multiplica por el ancho (b) sería la fuerza de compresión
En función de y:

#39: $$Fc = \frac{fL \cdot yL}{2} + \int_{yL}^{c} \sigma c(y)\, dy$$

#40: $$Fc = \frac{fL \cdot yL}{2} + \int_{yL}^{c} \left(\frac{8.749751495 \cdot y^3}{c^3} - \frac{40.07437872 \cdot y^2}{c^2} + \frac{52.32462724 \cdot y}{c} \right) dy$$

#41: $$Fc = 15.20969031 \cdot c$$

Centroide de esfuerzos:

en función de la coordenada del eje y, desde 0 hasta c:

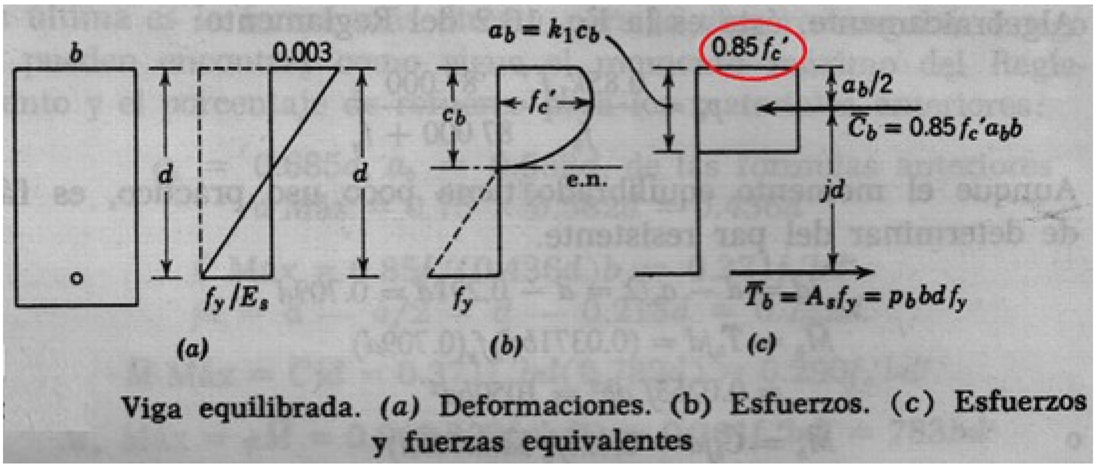
#42: $ycg :=$

#43: $$ycg \cdot Fc = \frac{fL \cdot yL}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \varepsilon L \right) + \int_{yL}^{c} \sigma c(y) \cdot y\, dy$$

#44: $$ycg = \frac{\frac{fL \cdot yL}{2} \cdot \left(\frac{2}{3} \cdot \varepsilon L \right) + \int_{yL}^{c} \sigma c(y) \cdot y\, dy}{Fc}$$

#45: $$ycg = 0.5986210255 \cdot c + 1.823014007 \cdot 10^{-5}$$

Comparación con el recomendado de ($\beta 1=$**0.85**)**c** del bloque de Whitney:



Viga equilibrada. *(a)* Deformaciones. (b) Esfuerzos. *(c)* Esfuerzos y fuerzas equivalentes

Usando f'c de 21MPa y el rectángulo de Whitney, β1=0.85, a=β1*c

#46: $ycg = c - \frac{a}{2}$

#47: $ycg = c - \frac{\beta 1\cdot c}{2}$

#48: $ycg = c - \frac{0.85\cdot c}{2}$

#49: $ycg = 0.575\cdot c$

Para el valor de a, se usa ycg del cálculo inicial, no de Whitney:

#50: $a = 2\cdot(c - ycg)$

#51: $a = 2\cdot(c - (0.5986210255\cdot c + 1.823014007\cdot 10^{-5}))$

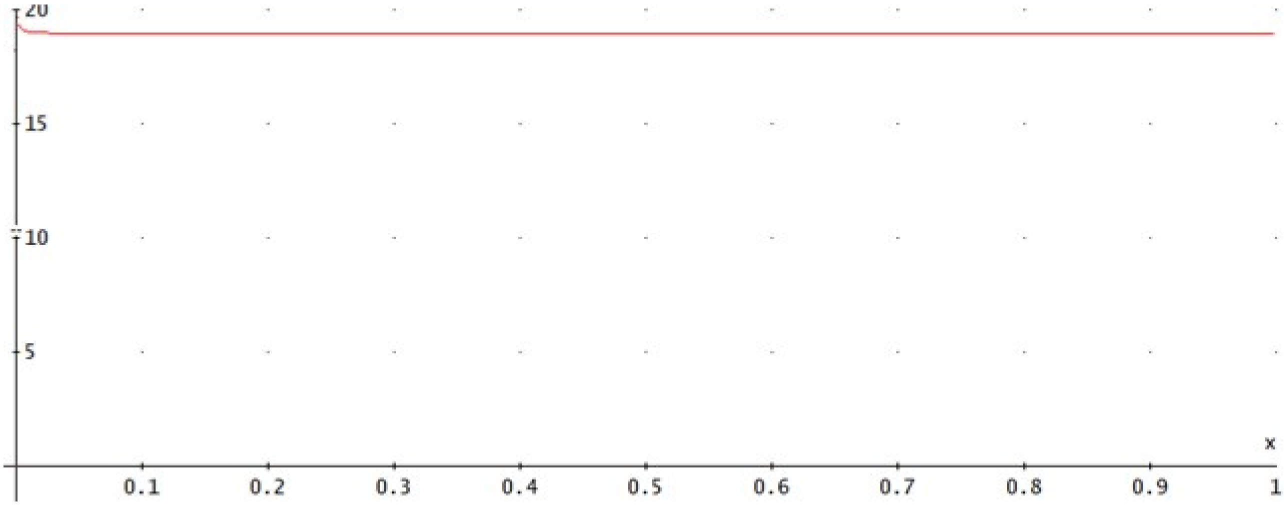
#52: $a = 0.802757949\cdot c - 3.646028013\cdot 10^{-5}$

Valor del esfuerzo promedio del rectángulo de esfuerzos:

#53: $\sigma prom = \frac{Fc}{a}$

#54: $\sigma prom = \frac{15.20969031\cdot c}{0.802757949\cdot c - 3.646028013\cdot 10^{-5}}$

#55: $\sigma prom = \frac{2.87381161\cdot 10^{10}}{3.33954386\cdot 10^{13}\cdot c - 1.516779807\cdot 10^{9}} + 18.94679502$



comparar el σprom con el esfuerzo promedio de Whitney(0.85f'c=17.85):

#56: $$\frac{18.94679502}{17.85} = 1.061445099$$