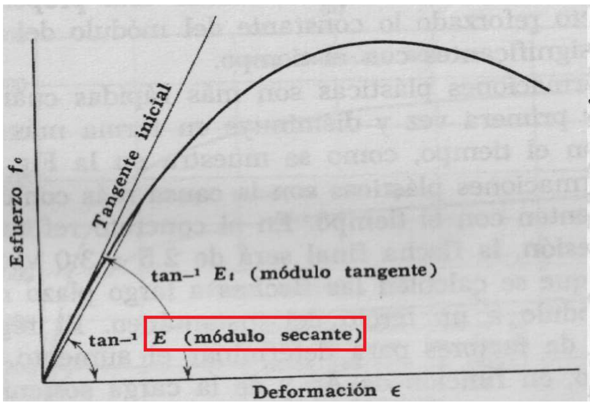
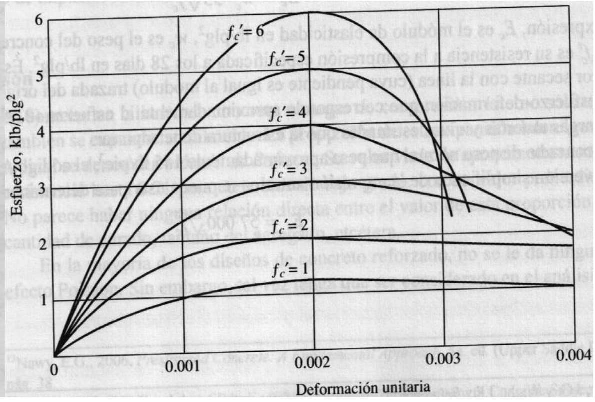
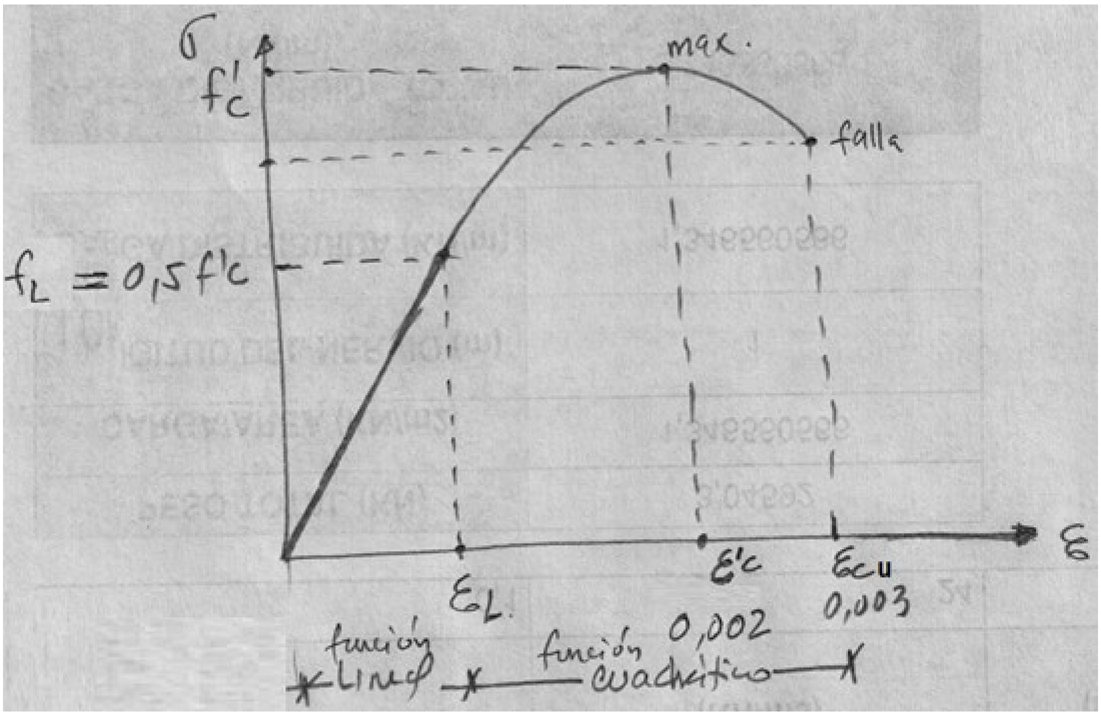




Curva Esfuerzo – Deformación Unitaria del concreto con aproximación cúbica en la zona plástica:

Se usará módulo de elasticidad con el criterio de la secante, también se usará el límite de falla en deformación unitaria de 0.003



#1: [CaseMode ≔ Sensitive, InputMode ≔ Word]

#2: [E ≔, εL ≔, fL ≔, εpc ≔, fpc ≔, εcu ≔, ε ≔, σc(ε) ≔]

Se usará:
–E=4700√f'c (NSR–10 C.8.5.1), esfuerzos en MPa.
–Que el esfuerzo en la zona de comportamiento lineal es 0.5*f'c.
–Que el concreto alcanza su máximo esfuerzo en una deformación de 0.002.

#3: $[E ≔ 4700\cdot\sqrt{fpc},\ fL ≔ 0.5\cdot fpc,\ εpc ≔ 0.002,\ εcu ≔ 0.003]$

Ley de Hooke: σ=E*ε:

#4: $fL = E\cdot εL$

#5: $$\varepsilon L := \frac{\sqrt{fpc}}{9400}$$

En que coordenada y se presenta la deformación unitaria lineal máxima εL:

#6: $$\frac{yL}{\varepsilon L} = \frac{c}{\varepsilon cu}$$

#7: $$yL = 0.1625026842 \cdot c$$

Función cúbica del esfuerzo:

#8: $$\sigma c(\varepsilon) = a \cdot \varepsilon^3 + b \cdot \varepsilon^2 + c \cdot \varepsilon + d$$

Puntos conocidos de la curva:
-Esfuerzo en límite de comportamiento lineal
-Esfuerzo máximo
-La pendiente de la cuerva de esfuerzo es cero en el punto de máximo esfuerzo (e'c,f'c)
-Esfuerzo cero en deformación cero.
-Por criterio de continuidad, la pendiente de la curva cuadrática de esfuerzo es igual a la tangente de la zona lineal, es decir al módulo E

módulo E en el rango plástico:

#9: $modE(\varepsilon) :=$

#10: $$modE(\varepsilon) = \frac{d}{d\varepsilon}(a \cdot \varepsilon^3 + b \cdot \varepsilon^2 + c \cdot \varepsilon + d)$$

#11: $$modE(\varepsilon) = 3 \cdot a \cdot \varepsilon^2 + 2 \cdot b \cdot \varepsilon + c$$

#12: $$\begin{bmatrix} \sigma c(\varepsilon L) = a \cdot \varepsilon L^3 + b \cdot \varepsilon L^2 + c \cdot \varepsilon L + d \\ \sigma c(\varepsilon pc) = a \cdot \varepsilon pc^3 + b \cdot \varepsilon pc^2 + c \cdot \varepsilon pc + d \\ modE(\varepsilon pc) = 0 \\ \sigma c(0) = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d \end{bmatrix}$$

#13: $$\begin{bmatrix} fL = a \cdot \varepsilon L^3 + b \cdot \varepsilon L^2 + c \cdot \varepsilon L + d \\ fpc = a \cdot \varepsilon pc^3 + b \cdot \varepsilon pc^2 + c \cdot \varepsilon pc + d \\ 3 \cdot a \cdot \varepsilon pc^2 + 2 \cdot b \cdot \varepsilon pc + c = 0 \\ 0 = a \cdot 0^3 + b \cdot 0^2 + c \cdot 0 + d \end{bmatrix}$$

#14: $$\left[a = \frac{2350000000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 4418)}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836} \wedge b = \frac{41529200000\cdot\sqrt{fpc}}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836} - 50000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(5\cdot\sqrt{fpc} + 188) \wedge c = \frac{200\cdot\sqrt{fpc}\cdot(125\cdot fpc^{3/2} - 3525\cdot fpc + 207646)}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836} \wedge d = 0\right]$$

Sustituyendo en la ecuación del esfuerzo:

#15: $$\sigma c(\varepsilon) = \frac{2350000000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 4418)}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836}\cdot\varepsilon^3 + \left(\frac{41529200000\cdot\sqrt{fpc}}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836} - 50000\cdot\sqrt{fpc}\cdot(5\cdot\sqrt{fpc} + 188)\right)\cdot\varepsilon^2 + \frac{200\cdot\sqrt{fpc}\cdot(125\cdot fpc^{3/2} - 3525\cdot fpc + 207646)}{25\cdot fpc - 940\cdot\sqrt{fpc} + 8836}\cdot\varepsilon + 0$$

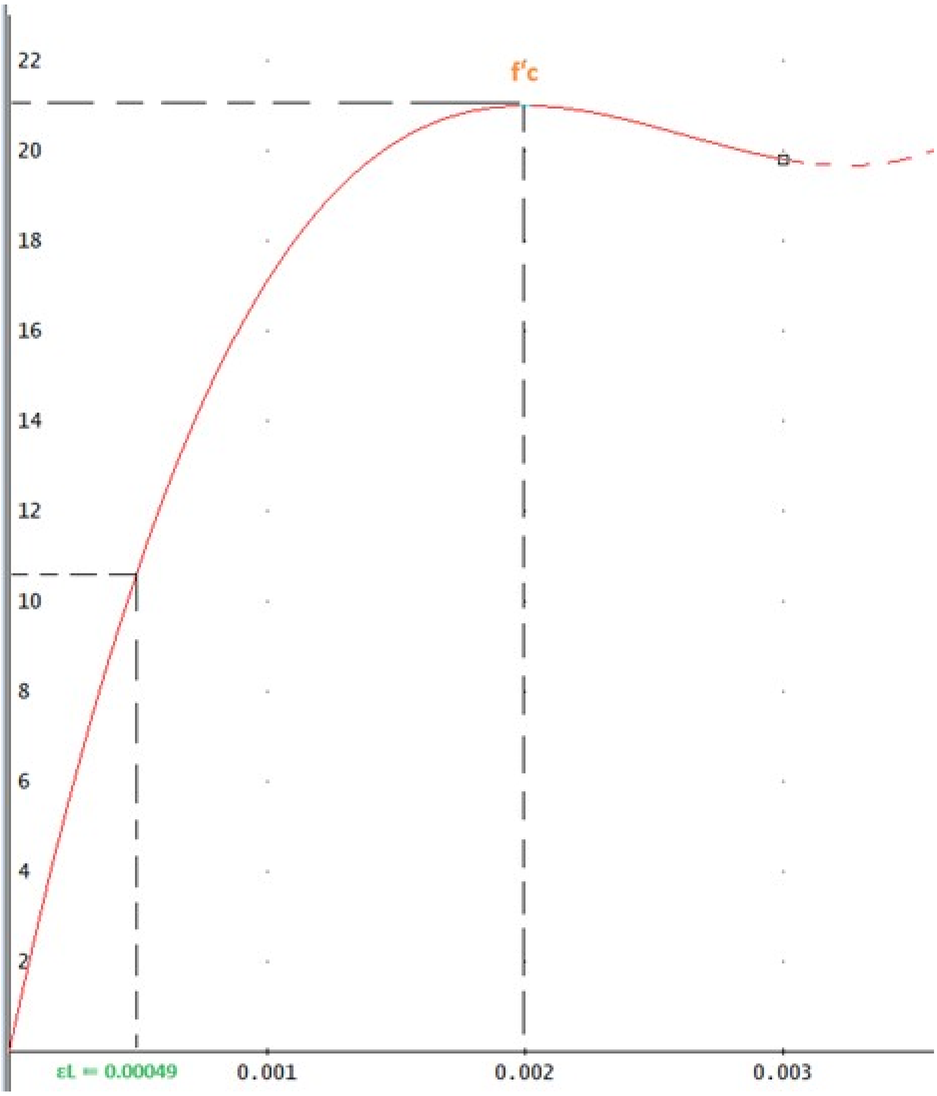
Si f'c=21 MPa:

#16: $$\sigma c(\varepsilon) = \frac{2350000000\cdot\sqrt{21}\cdot(25\cdot 21 - 940\cdot\sqrt{21} + 4418)}{25\cdot 21 - 940\cdot\sqrt{21} + 8836}\cdot\varepsilon^3 + \left(\frac{41529200000\cdot\sqrt{21}}{25\cdot 21 - 940\cdot\sqrt{21} + 8836} - 50000\cdot\sqrt{21}\cdot(5\cdot\sqrt{21} + 188)\right)\cdot\varepsilon^2 + \frac{200\cdot\sqrt{21}\cdot(125\cdot 21^{3/2} - 3525\cdot 21 + 207646)}{25\cdot 21 - 940\cdot\sqrt{21} + 8836}\cdot\varepsilon + 0$$

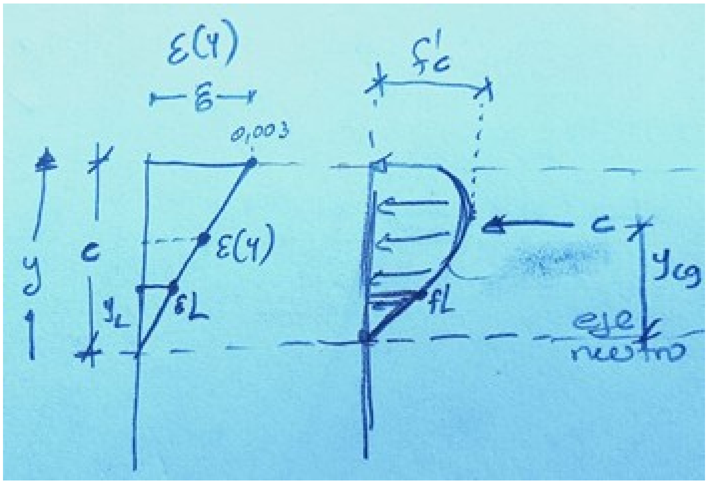
#17: $$\sigma c(\varepsilon) = 1.354030364\cdot 10^9\cdot\varepsilon^3 - 1.066612145\cdot 10^7\cdot\varepsilon^2 + 2.641612145\cdot 10^4\cdot\varepsilon$$

#18: $$\varepsilon L := \frac{\sqrt{21}}{9400}$$

#19: $$\varepsilon L := 0.0004875080526$$



Esfuerzo en función de la coordenada y**:**



#20: $\dfrac{\varepsilon cu}{c} = \dfrac{\varepsilon}{y}$

#21: $$\varepsilon = \frac{\varepsilon cu}{c}\cdot y$$

#22: $$\varepsilon = 0.003\cdot\frac{y}{c}$$

#23: $$y = \frac{c}{\varepsilon cu}\cdot\varepsilon$$

#24: $$y = \frac{1000\cdot c\cdot\varepsilon}{3}$$

coordenada y para el límite elástico εL:

#25: $$yL = \frac{1000\cdot c\cdot\varepsilon L}{3}$$

#26: $$yL = 0.1625026842\cdot c$$

Reemplazo ε por ε(y)

#27: $$\sigma c(\varepsilon) = 1.354030364\cdot10^{9}\cdot\varepsilon^{3} - 1.066612145\cdot10^{7}\cdot\varepsilon^{2} + 2.641612145\cdot10^{4}\cdot\varepsilon$$

#28: $$\sigma c(y) = 1.354030364\cdot10^{9}\cdot\left(0.003\cdot\frac{y}{c}\right)^{3} - 1.066612145\cdot10^{7}\cdot\left(0.003\cdot\frac{y}{c}\right)^{2} + 2.641612145\cdot10^{4}\cdot\left(0.003\cdot\frac{y}{c}\right)$$

#29: $$\sigma c(y) = \frac{36.55881981\cdot y^{3}}{c^{3}} - \frac{95.99509304\cdot y^{2}}{c^{2}} + \frac{79.24836434\cdot y}{c}$$

Área total de esfuerzo: al multiplica por el ancho (b) sería la fuerza de compresión
En función de y:

#30: $$Fc = \frac{fL\cdot yL}{2} + \int_{yL}^{c} \sigma c(y)\ dy$$

#31: $$Fc = \frac{(0.5\cdot21)\cdot(0.1625026842\cdot c)}{2} + \int_{0.1625026842\cdot c}^{c} \left(\frac{36.55881981\cdot y^{3}}{c^{3}} -\right.$$

$$\left.\frac{95.99509304\cdot y^2}{c^2} + \frac{79.24836434\cdot y}{c}\right) dy$$

#32: $$Fc = 16.70324007\cdot c$$

Centroide de esfuerzos:

en función de la coordenada del eje y, desde 0 hasta c:

#33: $ycg :=$

#34: $$ycg\cdot Fc = \frac{fL\cdot yL}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\varepsilon L\right) + \int_{yL}^{c} \sigma c(y)\cdot y\ dy$$

#35: $$ycg = \frac{\frac{fL\cdot yL}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\varepsilon L\right) + \int_{yL}^{c} \sigma c(y)\cdot y\ dy}{Fc}$$

#36:

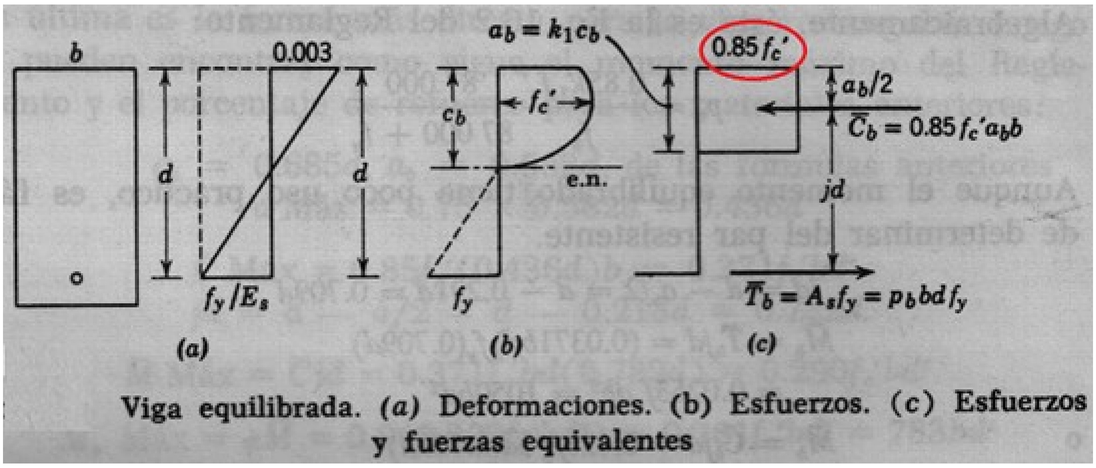
$$ycg =$$

$$\frac{\frac{(0.5\cdot 21)\cdot(0.1625026842\cdot c)}{2}\cdot\left(\frac{2}{3}\cdot\frac{\sqrt{21}}{9400}\right) + \int_{0.1625026842\cdot c}^{c} \left(\frac{36.55881981\cdot y^3}{c^3} - \sim\right.}{16.70324007\cdot c} \sim$$

$$\frac{\left.\frac{95.99509304\cdot y^2}{c^2} + \frac{79.24836434\cdot y}{c}\right)\cdot y\ dy}{}$$

#37: $$ycg = 0.5766343022\cdot c + 1.660005985\cdot 10^{-5}$$

Se debe comparar con el recomendado de ($\beta 1=$**0.85**)**c** del bloque de Whitney:



Usando f'c de 21MPa y el rectángulo de Whitney, β1=0.85, a=β1*c

#38: $ycg = c - \frac{a}{2}$

#39: $ycg = c - \frac{\beta 1 \cdot c}{2}$

#40: $ycg = c - \frac{0.85 \cdot c}{2}$

#41: $ycg = 0.575 \cdot c$

Para el valor de a, se usa ycg del cálculo inicial, no de Whitney:

#42: $a = 2 \cdot (c - ycg)$

#43: $a = 2 \cdot (c - (0.5766343022 \cdot c + 1.660005985 \cdot 10^{-5}))$

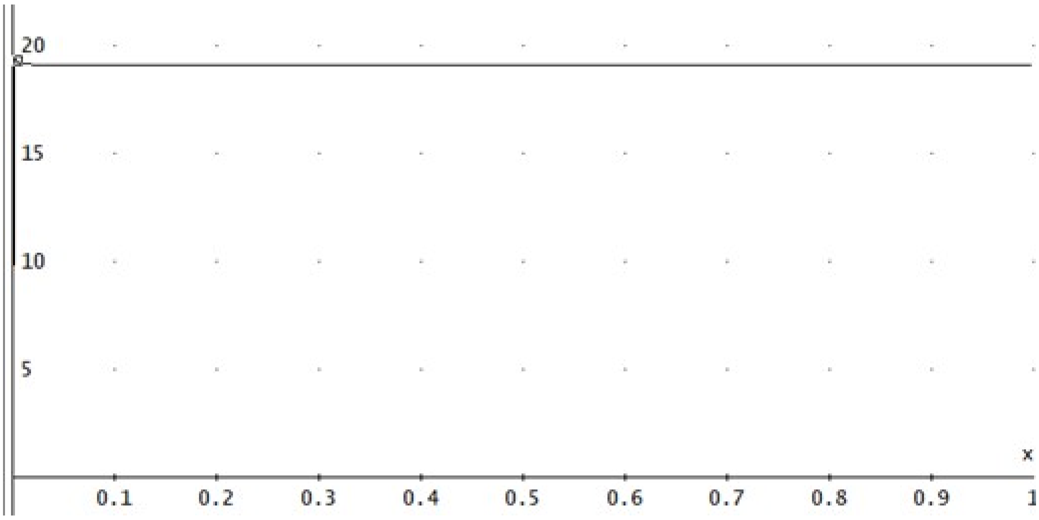
#44: $a = 0.8467313949 \cdot c - 3.320011967 \cdot 10^{-5}$

Valor del esfuerzo promedio del rectángulo de esfuerzos:

#45: $\sigma prom = \frac{Fc}{a}$

#46: $\sigma prom = \frac{16.16601996 \cdot c}{0.8467313949 \cdot c - 3.320011967 \cdot 10^{-5}}$

#47: $$\sigma prom = \frac{1.817800794 \cdot 10^{10}}{2.428258148 \cdot 10^{13} \cdot c - 9.52113759 \cdot 10^{8}} + 19.09226473$$



comparar el σprom con el esfuerzo promedio de Whitney(0.85f'c=17.85):

#48: $$\frac{19.09226473}{17.85} = 1.069594662$$