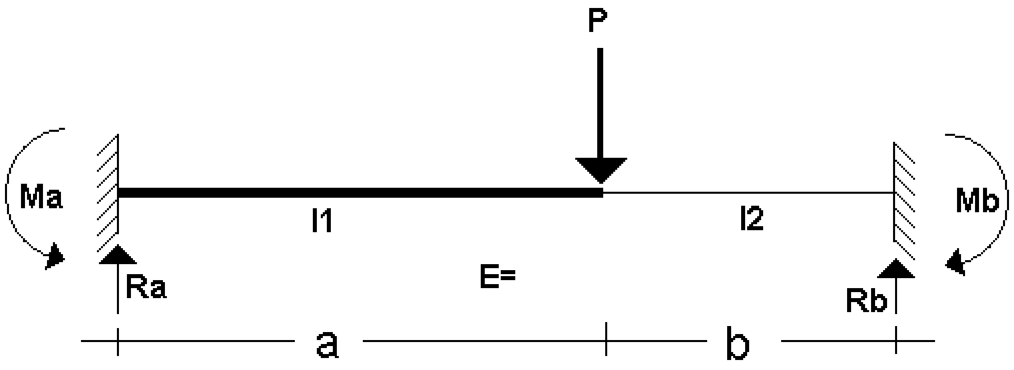
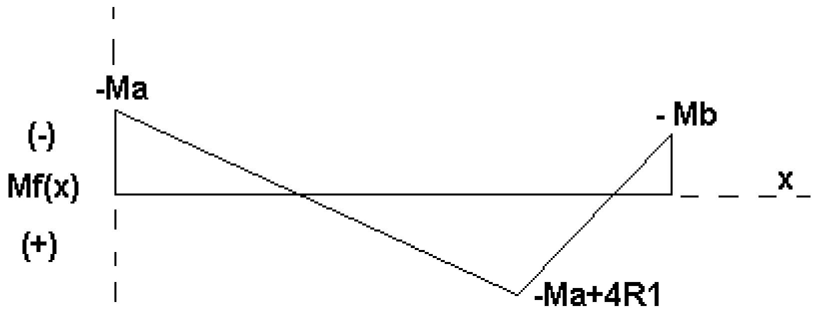


Cálculo de los momentos de empotramiento y las reacciones de la viga de la figura utilizando el método del Área del Diagrama de Momento Flector para el cálculo de giros y deflexiones

#1: [I1 :=, I2 :=, E :=, P :=, a :=, b :=, L := a + b, Ma :=, Mb :=, Ra :=, Rb :=]

Diagrama de momento flector



Ecuaciones del Momento Flector

#2: $Mf1(x) := -Ma + Ra\cdot x$

#3: $Mf2(x) := -Ma + Ra\cdot x - P\cdot(x - a)$

Ecuaciones del Método del Área del Diagrama de Momentos (Teoremas)

#4: $[\Theta ab := 0]$

#5: $[\delta ab := 0]$

#6: $$\left[0 = \frac{\int_0^a Mf1(x)\,dx}{E\cdot I1} + \frac{\int_a^L Mf2(x)\,dx}{E\cdot I2}\right]$$

#7: $$\left[0 = -\frac{I1\cdot b\cdot(2\cdot Ma + P\cdot b - Ra\cdot(2\cdot a + b)) + I2\cdot a\cdot(2\cdot Ma - Ra\cdot a)}{2\cdot E\cdot I1\cdot I2}\right]$$

#8:
$$\left[0 = \frac{\int_0^a Mf1(x)\cdot(L - x)\, dx}{E\cdot I1} + \frac{\int_a^L Mf2(x)\cdot(L - x)\, dx}{E\cdot I2}\right]$$

#9:
$$\left[0 = -\frac{I1\cdot b^2\cdot(3\cdot Ma + P\cdot b - Ra\cdot(3\cdot a + b)) + I2\cdot a\cdot(3\cdot Ma\cdot(a + 2\cdot b) - Ra\cdot a\cdot(a + 3\cdot b))}{6\cdot E\cdot I1\cdot I2}\right]$$

Ecuaciones de la estática

#10: $Ra + Rb - P = 0$

#11: $Ma - P\cdot a + Rb\cdot L - Mb = 0$

Solución de las 4 incognitas con las 4 ecuaciones

De los teoremas del Método del DMF, despejamos Ma

#12:
$$Ma = \frac{I2\cdot Ra\cdot a^2 - I1\cdot b\cdot(P\cdot b - Ra\cdot(2\cdot a + b))}{2\cdot(I1\cdot b + I2\cdot a)}$$

#13:
$$Ma = \frac{I2\cdot Ra\cdot a^2\cdot(a + 3\cdot b) - I1\cdot b^2\cdot(P\cdot b - Ra\cdot(3\cdot a + b))}{3\cdot(I1\cdot b^2 + I2\cdot a\cdot(a + 2\cdot b))}$$

Igualamos las expresiones y despejamos Ra

#14:
$$\frac{I2\cdot Ra\cdot a^2 - I1\cdot b\cdot(P\cdot b - Ra\cdot(2\cdot a + b))}{2\cdot(I1\cdot b + I2\cdot a)} = \frac{I2\cdot Ra\cdot a^2\cdot(a + 3\cdot b) - I1\cdot b^2\cdot(P\cdot b - Ra\cdot(3\cdot a + b))}{3\cdot(I1\cdot b^2 + I2\cdot a\cdot(a + 2\cdot b))}$$

#15:
$$Ra = \frac{I1\cdot P\cdot b^2\cdot(I1\cdot b^2 + I2\cdot a\cdot(3\cdot a + 4\cdot b))}{I1^2\cdot b^4 + 2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^2 + 3\cdot a\cdot b + 2\cdot b^2) + I2^2\cdot a^4}$$

Con Ra encontramos Ma de las anteriores ecuaciones

#16:

Ma =

$$\frac{I2\cdot\dfrac{I1\cdot P\cdot b^{2}\cdot(I1\cdot b^{2}+I2\cdot a\cdot(3\cdot a+4\cdot b))}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}\cdot a^{2}-I1\cdot \sim}{2\cdot(\sim}$$

$$\frac{b\cdot\left(P\cdot b-\dfrac{I1\cdot P\cdot b^{2}\cdot(I1\cdot b^{2}+I2\cdot a\cdot(3\cdot a+4\cdot b))}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}\cdot(2\cdot \sim\right.}{I1\cdot b+I2\cdot a)\ \sim}$$

$$\frac{\left. a+b)\right)}{}$$

#17: $$Ma=\frac{I1\cdot P\cdot a\cdot b^{2}\cdot(I1\cdot b^{2}+I2\cdot a\cdot(a+2\cdot b))}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}$$

Con Ra, encontramos Rb

#18: $$\frac{I1\cdot P\cdot b^{2}\cdot(I1\cdot b^{2}+I2\cdot a\cdot(3\cdot a+4\cdot b))}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}+Rb-P=0$$

#19: $$Rb=\frac{I2\cdot P\cdot a^{2}\cdot(I1\cdot b\cdot(4\cdot a+3\cdot b)+I2\cdot a^{2})}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}$$

Con Rb y Ma, encontramos Mb

#20: $$\frac{I2\cdot\dfrac{I1\cdot P\cdot b^{2}\cdot(I1\cdot b^{2}+I2\cdot a\cdot(3\cdot a+4\cdot b))}{I1^{2}\cdot b^{4}+2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^{2}+3\cdot a\cdot b+2\cdot b^{2})+I2^{2}\cdot a^{4}}\cdot a^{2}-I1\cdot b\cdot \sim}{2\cdot(I1 \sim}$$

$$\frac{\left(P\cdot b - \frac{I1\cdot P\cdot b^2\cdot(I1\cdot b^2 + I2\cdot a\cdot(3\cdot a + 4\cdot b))}{I1^2\cdot b^4 + 2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^2 + 3\cdot a\cdot b + 2\cdot b^2) + I2^2\cdot a^4}\cdot(2\cdot a + b)\right)}{\cdot b + I2\cdot a)} - P\cdot a +$$

$$\frac{I2\cdot P\cdot a^2\cdot(I1\cdot b\cdot(4\cdot a + 3\cdot b) + I2\cdot a^2)}{I1^2\cdot b^4 + 2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^2 + 3\cdot a\cdot b + 2\cdot b^2) + I2^2\cdot a^4}\cdot L - Mb = 0$$

#21: $$Mb = \frac{I2\cdot P\cdot a^2\cdot b\cdot(I1\cdot b\cdot(2\cdot a + b) + I2\cdot a^2)}{I1^2\cdot b^4 + 2\cdot I1\cdot I2\cdot a\cdot b\cdot(2\cdot a^2 + 3\cdot a\cdot b + 2\cdot b^2) + I2^2\cdot a^4}$$

Si P=20, a=4, b=2, L=6, E=2x10^8 y las inercias como siguen:

#22: $$\left[I1 := \frac{1}{12}\cdot(0.1\cdot 0.15^3),\ I2 := \frac{1}{12}\cdot(0.08\cdot 0.14^3)\right]$$

#23: $$\left[P := 20,\ a := 4,\ b := 2,\ E := 2\cdot 10^8\right]$$

#24: $$\left[I1 := 2.8125\cdot 10^{-5},\ I2 := 1.829333333\cdot 10^{-5}\right]$$

#25: $$Mb = 16.01535141$$

#26: $$Rb = 14.32809576$$

#27: $$Ma = 10.04677680$$

#28: $$Ra = 5.671904232$$