

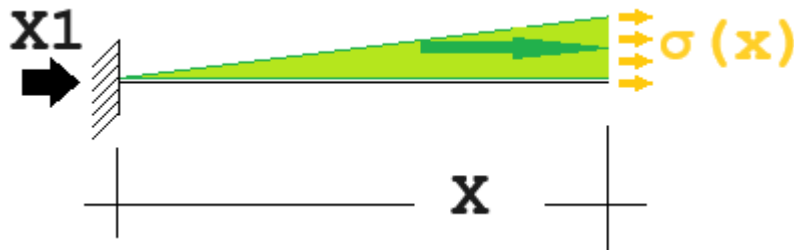
#1: [CaseMode := Sensitive, InputMode := Word]

#2: [F :=, L :=, E :=, X1 :=, X2 :=, $\sigma(x)$:=, $\epsilon(x)$:=, $u(x)$:=]

Ecuación de equilibrio:

#3:
$$X_1 + X_2 + \frac{1}{2} \cdot F \cdot L = 0$$

Diagrama de cuerpo libre de una sección del elemento:



Equilibrio de la sección:

#4:
$$X_1 + \sigma \cdot x \cdot A + \frac{F \cdot L}{2} = A \cdot \sigma \cdot x + \frac{F \cdot L}{2} + X_1$$

#5:
$$X_1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot L \right) + \sigma(x) \cdot A = 0$$

Aplicación de la ley de la elasticidad de Hooke:

#6:
$$X_1 + \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right) + E \cdot \epsilon(x) \cdot A = 0$$

#7:
$$E \cdot \epsilon(x) \cdot A = -X_1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)$$

$$\#8: \quad \varepsilon(x) = \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E}$$

Aplicación de la definición de deformación unitaria:

$$\#9: \quad \frac{du}{dx} = \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E}$$

$$\#10: \quad du = \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E} \cdot dx$$

Aplicación de las condiciones de borde:

$$\#11: \quad u(L) = \int_0^L \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E} dx$$

$$\#12: \quad 0 = \int_0^L \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E} dx$$

$$\#13: \quad X1 = - \frac{F \cdot L}{6}$$

Con el equilibrio del elemento:

$$\#14: \quad - \frac{F \cdot L}{6} + X2 + \frac{1}{2} \cdot F \cdot L = 0$$

$$\#15: \quad X2 = - \frac{F \cdot L}{3}$$

Si se sustituye la carga distribuida por su carga puntual equivalente:

$$\#16: P = \frac{F \cdot L}{2}$$

$$\#17: F = \frac{2 \cdot P}{L}$$

$$\#18: X1 = - \frac{P}{3}$$

$$\#19: X2 = - \frac{2 \cdot P}{3}$$

Función de deformación $u(m)$, donde es m es un punto cualquiera en el eje x :

$$\#20: u(m) = \int_0^m \frac{-X1 - \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{x}{L} \cdot F \cdot x \right)}{A \cdot E} dx$$

$$\#21: u(m) = \frac{F \cdot m \cdot (L^2 - m^2)}{6 \cdot A \cdot E \cdot L}$$

Reemplazamos m por x :

$$\#22: u(x) = \frac{F \cdot x \cdot (L^2 - x^2)}{6 \cdot A \cdot E \cdot L}$$

Punto de máxima deformación:

$$\#23: x_{Max} = \frac{d}{dx} \frac{F \cdot x \cdot (L^2 - x^2)}{6 \cdot A \cdot E \cdot L}$$

$$\#24: 0 = \frac{d}{dx} \frac{F \cdot x \cdot (L^2 - x^2)}{6 \cdot A \cdot E \cdot L}$$

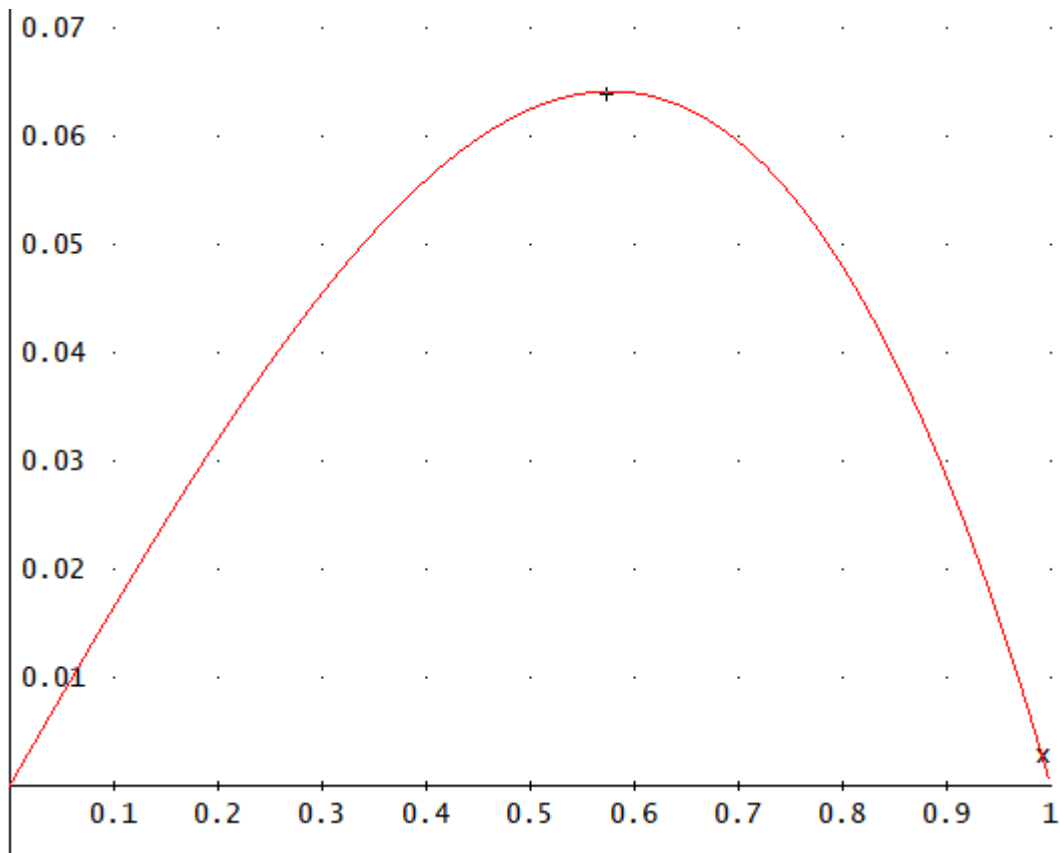
$$\#25: x = \frac{\sqrt{3} \cdot L}{3}$$

Máxima deformación:

#26:
$$u\left(\frac{\sqrt{3} \cdot L}{3}\right) = \frac{\sqrt{3} \cdot F \cdot L^2}{27 \cdot A \cdot E}$$

Grafica para L=1, E=1, A=1, F=1:

#27:
$$u(x) = \frac{x \cdot (1 - x)^2}{6}$$



Punto de máxima deformación:

#28:
$$u\left(\frac{\sqrt{3}}{3}\right) = \frac{\sqrt{3}}{27}$$

#29:
$$u(0.5773502691) = 0.06415002991$$